

UNIVERSAL  
LIBRARY

**OU\_224690**

UNIVERSAL  
LIBRARY







# تحریر اقلیدس

پہلا مقالہ

جس کو حلقہٴ ابناء کے سابق انسپکٹر مدارس سی آر  
لنگ صاحب بہادر نے دیسی مدارس کی پہلی  
جماعت کے لئے انگریزی سے ترجمہ کیا

حسب الایما

جناب ابوالکرم محمد عبد الکیم صاحب برادر ابوجا محمد عبد  
الحکیم سنٹرل بک ڈپو و مطبع مفید دکن

دریں

کار پر وازوں کے اہتمام سے

مطبع مفید دکن چار کمان حیدر آباد دکن میں چھاپا



# تحریر اقلین

## پہلا مقالہ

حد و

۱ نقطہ وہ ہے جس کے جزو نہ ہوں یعنی جس کی کچھ مقدار نہ ہو۔

۲ خط صرف طول ہے بغیر عرض کے۔

۳ خط کی انتہائیں نقطہ ہوتے ہیں۔

۴ خط مستقیم وہ ہے جو اپنے نقاط حد و کے درمیان یکساں واقع ہو۔

۵ سطح وہ ہے جس میں صرف طول اور عرض ہو۔

۶ سطح کی انتہائیں خط ہوتے ہیں۔

۷ سطح منبوی وہ ہے جس میں کوئی سے دو نقطے فرض کیے

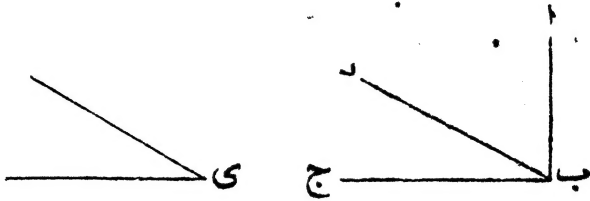
ان کے درمیان خط مستقیم نکالا جائے۔ تو وہ خط تمامہ سطح

مذکور میں واقع ہو۔

۸ زاویہ مسطحہ دو خطوں کا میلار ہے جو باہم ایک سطح پر ہیں

مگر سیدہ میں نہ ہوں۔

۹ زاویہ مسطحہ مستقیمہ الخطین دو مستقیم خطوں کا میلان ہے جو باہم ایک سطح پر ملیں۔ مگر سیدھے میں نہ ہوں +



### تثبیہ

جب ایک نقطہ ب پر کئی زاویے واقع ہوں۔ تو ان میں سے زاویے کو تین حرفوں سے تعبیر کرتے ہیں اور زاویے کے راس یعنی اس نقطے پر جہاں زاویہ مذکور کے دو خط محیط ملتے ہیں جو حرف ہوگا۔ وہ باقی دو حرفوں کے درمیان کہا جائیگا اور باقی دو حرفوں میں سے ایک پہلے خط مستقیم پر اور دوسرا دوسرے خط پر کسی جگہ واقع ہوگا۔ مثلاً جو زاویہ کہ خطوں ا ب اور ج ب کے ملنے سے پیدا ہو۔ وہ زاویہ ا ب ج یا ج ب ا سے نامزد ہوگا۔ اور جو ا ب اور د ب کے ملنے سے پیدا ہو۔ وہ زاویہ ا ب د یا د ب ا سے تعبیر کیا جائیگا۔ اور جو د ب اور ج ب کے ملنے سے پیدا ہو۔ وہ زاویہ د ب ج یا ج ب د سے موسوم ہوگا۔ لیکن اگر کسی نقطے پر صرف ایک ہی زاویہ ہو تو وہ اسی حرف سے جو اس نقطے پر ہو۔ نامزد ہوگا۔ جیسا کہ زاویہ حی ۱۰ جب ایک خط مستقیم دوسرے خط مستقیم پر قائم ہو کر زاویے



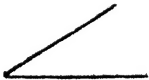
متصلہ باہم برابر پیدا کرے۔ تو ان میں سے ہر ایک زاویے کو قائمہ کہتے ہیں اور خط مستقیم جو دوسرے خط مستقیم پر قائم ہے عمود کہلاتا ہے۔



۱۱ زاویہ منفرجہ وہ ہے جو قائم سے بڑا ہو۔



۱۲ زاویہ حادہ وہ ہے جو قائم سے چھوٹا ہو۔

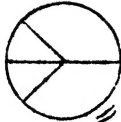


۱۳ حد کسی چیز کی انتہا کو کہتے ہیں۔

۱۴ شکل وہ ہے جو ایک حد یا کئی حدوں سے گھری ہوئی ہو۔

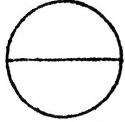
۱۵ دائرہ وہ شکل مسطح ہے جو ایک خط سے جسے محیط کہتے ہیں گھری ہوئی ہو۔ اور جس کے اندر ایک ایسا نقطہ ہو کہ جتنے خط

مستقیم اس سے محیط تک کھینچے جائیں۔ سب اس میں برابر ہوں۔



۱۶ یہ نقطہ دائرے کا مرکز ہے۔

۱۷ قطر دائرہ ایک خط مستقیم ہے جو مرکز پر گزرے اور دو



طرف محیط تک پہنچے۔

۱۸ نصف دائرہ وہ شکل ہے جو قطر اور محیط دائرہ کے اس  
ٹکڑے سے جس کو قطر مذکور نے  
قطع کیا ہے۔ گھری  
ہوتی ہو ۛ



۱۹ نصف دائرے کا وہی مرکز ہوتا ہے جو کل دائرے کا ہے۔  
۲۰ اشکال مستقیمہ المخطوط ان شکلوں کو کہتے ہیں۔ جو مستقیم خطوں  
سے گھری ہوئی ہوں ۛ  
۲۱ ذو ثلاثۃ الاضلاع یا مثلث وہ شکل ہے۔ جو تین مستقیم خطوں  
سے گھری ہوئی ہو ۛ  
۲۲ ذو اربعۃ الاضلاع وہ شکل ہے۔ جو چار مستقیم خطوں سے گھری  
ہوتی ہو ۛ

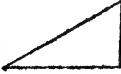
۲۳ کثیر الاضلاع وہ شکل ہے۔ جس کو چار سے زیادہ مستقیم  
خط گھیریں ۛ  
۲۴ اشکال ذو ثلاثۃ الاضلاع میں سے مثلث متساوی الاضلاع وہ  
ہے۔ جس کے تینوں ضلعے برابر ہوں ۛ



۲۵ مثلث متساوی الاضلاع وہ ہے  
جس کے دو ضلعے برابر ہوں ۛ

۲۶ مثلث مختلف الاضلاع وہ ہے جس  
کے تینوں ضلعے غیر متساوی ہوں ۛ

۲۷. مثلث قائم الزاویہ وہ ہے جس کا ایک زاویہ قائم ہو۔



۲۸. مثلث منفرج الزاویہ وہ ہے جس کا ایک زاویہ منفرج ہو۔



۲۹. مثلث حاد الزاویہ وہ ہے جس کے تینوں زاوئے حادے ہوں۔

۳۰. اشکال ذو اربعۃ الاضلاع میں سے مربع وہ ہے جس کے سب ضلع برابر اور سب زاوئے قائمے ہوں۔

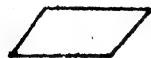


۳۱. مستطیل وہ ہے جس کے سب زاوئے قائمے ہوں۔ مگر سب ضلع برابر نہ ہوں۔

۳۲. معین وہ ہے جس کے سب ضلع برابر ہوں۔ مگر زاوئے قائمے نہ ہوں۔



۳۳. شبیہ بالمعین وہ ہے جس کے مقابل کے ضلع باہم برابر ہوں۔ مگر نہ سب ضلع برابر ہوں نہ زاوئے قائمے۔



۳۴. ان کے سوا اور سب اشکال ذو اربعۃ الاضلاع منحرف کہلاتے ہیں۔

۳۵. خطوط مستقیمہ متوازیہ وہ ہیں جو ایک سطح میں واقع ہوں۔

اور کتنی ہی دور تک دونوں طرف بڑھائے جائیں - کبھی آپس میں نہ ملیں ۔

۱۔ سطح متوازی الاضلاع وہ شکل ذو اربعۃ الاضلاع ہے جس کے مقابل کے ضلع متوازی ہوں اور اس کا قطر وہ خط مستقیم ہے جو مقابل کے زاویوں میں ملایا جائے ۔

## اصول موضوعہ

- ۱ ہم کو اختیار ہے کہ ایک نقطے سے دوسرے تک ایک خط مستقیم کھینچ لیں ۔
- ۲ ایک خط مستقیم محدود کو جہاں تک چاہیں - سیدھا بڑھالیں
- ۳ کسی مرکز سے کسی دوری پر دائرہ کھینچ لیں ۔

## علوم متعارفہ

- ۱ جو چیزیں ایک ہی چیز کے مساوی ہوں - وہ باہم مساوی ہوتی ہیں ۔
- ۲ اگر مساوی چیزوں پر مساوی بڑھائیں - تو کل بھی مساوی ہونگی ۔
- ۳ اگر مساوی چیزوں میں سے مساوی گھٹائیں - تو باقی بھی مساوی رہیں گی ۔
- ۴ اگر غیر مساوی چیزوں پر مساوی چیزیں زیادہ کریں - تو کل بھی غیر مساوی ہونگی ۔

۵. اگر غیر مساوی چیزوں میں سے مساوی چیزیں نکالیں۔ تو باقی بھی غیر مساوی رہیگی۔
۶. جو چیزیں ایک ہی چیز سے دوچند ہوں۔ وہ باہم مساوی ہوتی ہیں۔
۷. جو چیزیں ایک ہی چیز سے نصف ہوں۔ وہ باہم مساوی ہوتی ہیں۔
۸. جو مقداریں ایک دوسری پر منطبق ہوتی ہیں۔ یعنی ایک سطح گھیرتی ہیں۔ وہ آپس میں مساوی ہوتی ہیں۔
۹. کل اپنے جزو سے بڑا ہوتا ہے۔
۱۰. دو مستقیم خط سطح کو نہیں گھیر سکتے۔
۱۱. سب قائمہ زاوے آپس میں مساوی ہوتے ہیں۔
۱۲. اگر ایک خط مستقیم دو مستقیم خطوں پر اس طرح واقع ہو کہ ایک طرف کے دو داخلہ زاوے دو قائموں سے کم پیدا کرے تو بڑھانے سے وہ دو خط مستقیم اس طرف جس طرف کے زاوے دو قائموں سے چھوٹے ہیں۔ مل جائینگے۔

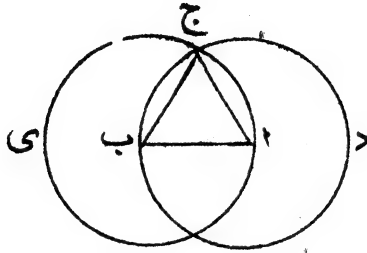
## پہلی شکل۔ سوال

نہاد

ایک خط مستقیم مفروضہ مدد پر ایک مثلث متساوی الاضلاع فرض کرو کہ آج خط مستقیم مفروضہ ہے۔

اسے یہاں مفروضہ خط کی صفت اور مقرر اور معلوم کی جگہ مستقل ہے۔ علاوہ بریں نفاذ اگر پڑی کا ٹھیک منجہ ہے۔ او فرض کرنا ایک اور عمل ہے خط کے دو ٹوں کا ایک ہی مورد نہ سمجھنا چاہئے۔

ہم چاہتے ہیں کہ اب پر ایک مثلث متساوی الاضلاع بنائیں



مرکز آ سے اب کی دوری پر دائرہ با ج د کھینچو (پہل موضوع ۳)

مرکز ب سے ب آ کی دوری پر دائرہ اج ی کھینچو

اور نقطہ ج سے جس پر دائرے تقاطع کرتے ہیں خط مستقیم ج آ

اور ج ب نقطوں آ اور ب تک کھینچو (پہل ۱)

تو اب ج مثلث متساوی الاضلاع ہوگا

چونکہ نقطہ آ دائرہ با ج د کا مرکز ہے

اس واسطے اج اب کے برابر ہے (صہ ۱)

اور چونکہ نقطہ ب دائرہ اج ی کا مرکز ہے

اس لئے ج ب اب کے برابر ہے

لہذا ج ب اب کے برابر ثابت ہو چکا ہے

اس واسطے اج اور ج ب دونوں اب کے برابر ہوئے لیکن جو چیزیں

کہ ایک ہی خبر کے مساوی ہوں وہ آپس میں مساوی ہوتی ہیں

(علم تعارف ۱)

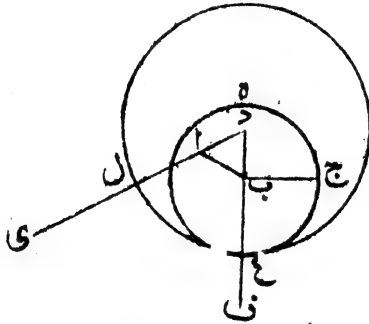
اس واسطے اج ج ب کے برابر ہے

پس اب ج ج آتینوں آپس میں برابر ہیں ۔  
 اس لئے مثلث آ ب ج متساوی الاضلاع ہے جو خط مستقیم مفروض  
 اب پر بنایا گیا ہے  
 اور یہی مطلوب تھا ۔

## دوسری شکل سوال

ایک نقطہ مفروضہ سے ایک خط  
 مستقیم مفروض کے برابر ایک او  
 خط مستقیم کھینچو ۔

فرض کرو آ نقطہ مفروضہ ہے اور ب ج خط مستقیم مفروضہ ۔ ہم  
 چاہتے ہیں کہ نقطہ آ سے ایک خط مستقیم ب ج کے برابر کھینچ لیں



نقطہ آ سے نقطہ ب تک خط مستقیم آ ب کھینچو (مصل ۱)  
 اور اب پر اب د مثلث متساوی الاضلاع بناؤ (مقالہ ۱ ش ۱)

۲ اور مستقیم خطوں دَا اور دَب کو نقطوں مِی اور ف تک برساؤ

(اصل ۲)

مرکز بَا سے بَج کی دوری پر دائرہ ج ک ل بناؤ (اصل ۳)  
اور مرکز د سے د ب کی دوری پر دائرہ د ب ل بناؤ (اصل ۳)

تو خطا مستقیم ا ل ب ج کے برابر ہوگا  
چونکہ نقطہ ب دائرہ ج ک ل کا مرکز ہے

اس واسطے ب ج ب ج کے برابر ہے (حدہ ۱۵)  
اور چونکہ ا ل دائرہ د ب ل کا مرکز ہے  
اس لئے د ل د ب کے برابر ہے

اور ان کے حصے دَا اور دَب بھی برابر ہیں (م اثر ۱)  
اس واسطے باقی ا ل بھی باقی ب ج کے برابر ہوگا (علم ۳)  
لیکن ب ج ب ج کے برابر ثابت ہو چکا ہے

اس واسطے ا ل اور ب ج میں سے ہر ایک ب ج کے برابر ہوگا اور  
جو چیزیں ایک ہی چیز کے مساوی ہوں وہ باہم مساوی ہوتی ہیں  
اس واسطے خط مستقیم ا ل ب ج کے برابر ہوا (علم ۱)

پھر نقطہ مفروضہ اسے خط مستقیم ا ل خط مستقیم مفروض ب ج  
کے برابر کھینچ گیا  
اور بھی مطلوب تھا +

تیسری شکل - سوال

دو مفروضہ مستقیم خطوں میں  
جو بڑا ہے اس میں سے ایک

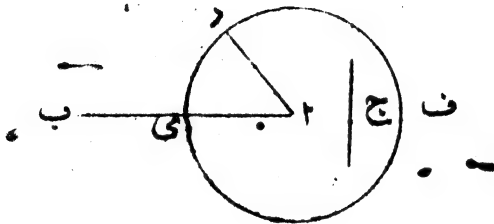


ایسا حصہ قطع کرو جو چھوٹے

کے برابر ہو۔

فرض کرو  $\overline{AB}$  اور  $\overline{AC}$  دو خط مستقیم مفروض ہیں جن میں  $\overline{AB}$

بڑا ہے ہم چاہتے ہیں کہ  $\overline{AB}$  میں سے ایک ایسا حصہ قطع کریں جو چھوٹے  
خط  $\overline{AC}$  کے برابر ہو



نقطہ ۱ سے خط مستقیم  $\overline{AD}$  کے برابر کھینچو (۱) اس ۲ اور مرکز ۱ سے آدھی دوری پر دائرہ دہی  $\overline{AC}$  کھینچو (اصل ۳)

تو آئی  $\overline{AC}$  کے برابر ہوگا

چونکہ  $\overline{AD}$  دائرہ دہی  $\overline{AC}$  کا مرکز ہے

اس واسطے آئی  $\overline{AD}$  کے برابر ہے (۱۵)

لیکن  $\overline{AD}$  مستقیم  $\overline{AC}$  کے برابر ہے (۱۶)

اس واسطے آئی اور  $\overline{AC}$  میں سے ہر ایک  $\overline{AD}$  کے برابر ہوا

اس لئے خط مستقیم  $\overline{AC}$  کے برابر ہوا (۱۷)

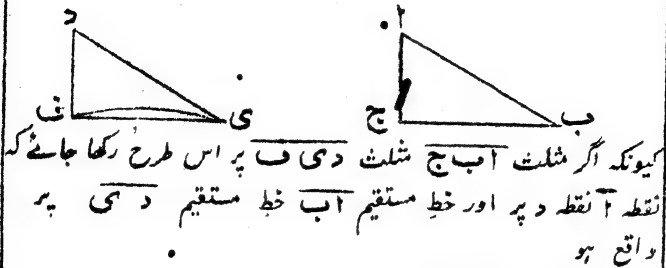
پس خط مستقیم  $\overline{AB}$  میں سے جو  $\overline{AD}$  مستقیم ٹکڑوں میں بڑا تھا

چھوٹے خط ج کے برابر ایک حصہ آئی قطع ہو گیا  
اور یہی مطلوب تھا۔

## چوتھی شکل مسئلہ

اگر دو مثلثوں میں سے ایک مثلث کے دو  
ضلعے دوسرے مثلث کے دو ضلعوں کے اپنی  
اپنی نظیر کے برابر ہوں اور ان دونوں ضلعوں  
کے درمیانی زاوے بھی باہم برابر ہوں تو ان  
کے قاعدے بھی برابر ہونگے اور دونوں مثلث  
بھی مساوی ہونگے اور باقی زاوے بھی اپنی  
اپنی نظیر کے برابر ہونگے یعنی وہ زاوے جو  
برابر ضلعوں کے مقابل ہیں مساوی ہونگے

فرض کرو ا ب ج اور د م ف دو مثلث ہیں جن کے دو ضلعے  
ا ب اور ا ج دو ضلعوں د م اور د ف کے اپنی اپنی نظیر کے برابر  
ہیں یعنی ا ب د م کے برابر ہے اور ا ج د ف کے اور  
درمیانی زاویہ ب ا ج درمیانی زاویہ م د ف کے  
تو قاعدہ ب ج قاعدہ م ف کے برابر ہوگا  
اور مثلث ا ب ج مثلث د م ف کے  
اور باقی زاوے جن کے مقابل برابر ضلعے ہیں اپنی اپنی نظیر کے  
برابر ہونگے یعنی زاویہ ا ب ج زاویہ د م ف کے اور  
زاویہ ا ج ب زاویہ د ف م کے مساوی ہوگا



کیونکہ اگر مثلث  $\triangle ABC$  مثلث  $\triangle DEF$  پر اس طرح رکھا جائے کہ  
نقطہ  $A$  نقطہ  $D$  پر اور خط  $AB$  خط  $DE$  مستقیم  $DE$  پر  
واقع ہو

تو چونکہ  $AB$   $DE$  کے برابر ہے

اس واسطے نقطہ  $B$  نقطہ  $E$  پر منطبق ہوگا

اور چونکہ  $AB$   $DE$  پر منطبق ہوتا ہے

اور زاویہ  $B$  زاویہ  $E$  کے برابر ہے

اس واسطے خط  $BC$  خط  $EF$  مستقیم  $EF$  پر آ جائیگا

پھر چونکہ  $BC$   $EF$  کے برابر ہے

اس واسطے نقطہ  $C$  نقطہ  $F$  پر منطبق ہوگا

لہٰذا نقطہ  $B$  نقطہ  $E$  پر منطبق ہوتا ہے

اس لئے قاعدہ  $BC$  قاعدہ  $EF$  پر منطبق ہوگا

کیونکہ جب نقطہ  $B$  نقطہ  $E$  پر اور نقطہ  $C$  نقطہ  $F$  پر منطبق

ہوتا ہے ۔

تو اگر قاعدہ  $BC$  قاعدہ  $EF$  پر منطبق نہ ہو تو دو خط مستقیم

$BC$  اور  $EF$  ایک سطح گھیرینگے جو غیر ممکن ہے (علم ۱۰)

اس واسطے قاعدہ  $BC$  قاعدہ  $EF$  پر منطبق اور اس کے برابر ہوا

اور کل مثلث  $\triangle ABC$  کل مثلث  $\triangle DEF$  پر منطبق اور اس کے برابر

ہوا اور ایک مثلث کے باقی زاوے بھی دوسرے مثلث کے باقی  
زاویوں پر منطبق اور اون کے برابر ہوتے

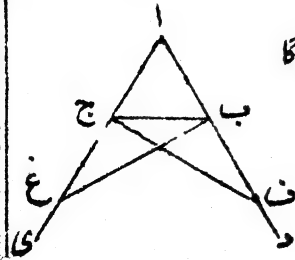
یعنی زاویہ ا ب ج زاویہ د ی ف کے برابر ہوا اور زاویہ ا ج ب  
زاویہ د ف ی کے

ہیں اگر دو مثلثوں میں سے ایک مثلث کے دو ضلع ..... الخ  
اور یہی مقصود تھا۔

## پانچویں شکل مسئلہ

مثلث متساوی الساقین کے قاعدے کے  
زاوے آپس میں برابر ہوتے ہیں اور  
اگر اس کی ساقیں بڑھائی جائیں تو  
قاعدے کے دوسری طرف کے زاوے  
بھی برابر ہونگے۔

فرض کرو ا ب ج ایک مثلث متساوی الساقین ہے جس کا ضلع  
ا ب ا ج کے برابر ہے اور فرض کرو کہ دو نو ضلع متساوی ا ب  
اور ا ج د اور ی تک بڑھائے جائیں  
تو زاویہ ا ب ج زاویہ ا ج ب کے برابر ہوگا  
اور زاویہ د ب ج زاویہ  
ی ب ج کے



بعد میں کوئی نقطہ  $\overline{ق}$  مقرر کرو  
اور بڑے خط  $\overline{آی}$  میں سے چھوٹے خط  $\overline{آب}$  کے برابر  $\overline{آغ}$  قطع  
کر لو (دم اش ۳)

$\overline{ف ج}$  اور  $\overline{غ ب}$  کو ملاؤ  
چونکہ  $\overline{آف}$   $\overline{آغ}$  کے برابر ہے (علم)  
اور  $\overline{آب}$   $\overline{آج}$  کے (فرضاً)

تو دو ضلع  $\overline{ف آ}$  اور  $\overline{آج}$  دو ضلعوں  $\overline{ع آ}$  اور  $\overline{آب}$  کے اپنی اپنی  
نظیر کے برابر ہیں  
اور دون کا درمیانی زاویہ  $\overline{ف آغ}$  مثلثوں  $\overline{آف ج}$  اور  $\overline{آغ ب}$  میں  
مشترک ہے

اس واسطے قاعدہ  $\overline{ف ج}$  قاعدہ  $\overline{غ ب}$  کے برابر ہے (دم اش ۳)  
اور مثلث  $\overline{آف ج}$  مثلث  $\overline{آغ ب}$  کے برابر ہے  
اور ایک مثلث کے باقی زاوے بھی دوسرے مثلث کے باقی زاویوں  
کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں یعنی جن کے مقابل برابر ضلع ہیں  
یعنی زاویہ  $\overline{آج ف}$  زاویہ  $\overline{آب غ}$  کے برابر ہے اور زاویہ  $\overline{آف ج}$   
زاویہ  $\overline{آغ ب}$  کے

اور چونکہ کل خط  $\overline{آف}$  کل خط  $\overline{آغ}$  کے برابر ہے

اور دون کے حصے  $\overline{آب}$  اور  $\overline{آج}$  بی برابر ہیں

اس واسطے باقی  $\overline{ب ف}$  باقی  $\overline{ج غ}$  کے برابر ہے (علم ۳)

اور  $\overline{ف ج}$   $\overline{غ ب}$  کے برابر ثابت ہو چکا ہے

تو چونکہ دو ضلع  $\overline{ب ف}$  اور  $\overline{ج غ}$  اور  $\overline{ف ج}$  اور  $\overline{غ ب}$  کے برابر ہیں

آپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں

اور زاویہ  $\angle BAC$  زاویہ  $\angle ABC$  کے برابر ثابت ہو چکا ہے لہذا  
اس کے قاعدہ  $\angle BAC$  بھی دونوں مثلثوں  $\angle BAC$  اور  $\angle ABC$   
میں مشترک ہے

اس واسطے یہ دونوں مثلث برابر ہوئے (م اش ۴)  
اور ان کے باقی زاویے بھی اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے یعنی  
جن کے مقابل برابر ضلع ہیں

اس واسطے زاویہ  $\angle BAC$  زاویہ  $\angle ABC$  کے برابر ہوا  
اور زاویہ  $\angle BAC$  زاویہ  $\angle ABC$  کے

اور پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ کل زاویہ  $\angle BAC$  کل زاویہ  $\angle ABC$   
کے برابر ہے اور ان کے حصے  $\angle BAC$  اور  $\angle ABC$  بھی برابر  
ہیں

اس لئے باقی زاویہ  $\angle BAC$  باقی زاویہ  $\angle ABC$  کے برابر رہا اور یہ  
مثلث  $\angle BAC$  کے قاعدے پر کے زاویے ہیں  
اور یہ بھی ثابت ہو چکا ہے کہ زاویہ  $\angle BAC$  زاویہ  $\angle ABC$  کے برابر  
ہے

اسی قاعدے کے دوسری طرف کے زاویے ہیں  
پس مثلث متساوی الساقین کے قاعدے کے زاویے ..... الخ  
اور یہی مقصود تھا ۔

## حاصل

اس سے معلوم ہوا کہ ہر مثلث متساوی الاضلاع  
متساوی الزوا یا بھی ہوتا ہے ۔

## چھٹی شکل۔ مسئلہ

اگر ایک مثلث کے دو زاویے آپس میں برابر ہوں تو اس کے ضلع بھی جو برابر زاویوں کے مقابل ہیں آپس میں برابر ہونگے۔

فرض کرو  $\triangle ABC$  ایک مثلث ہے جس کا زاویہ  $\angle A$   $\angle B$  کے برابر ہے  
تو ضلع  $AB$  ضلع  $AC$  کے برابر ہوگا۔



کیونکہ اگر  $\angle A$   $\angle B$  کے برابر نہ ہو تو ان میں سے ایک دوسے سے بڑا ہوگا فرض کرو  $\angle A$   $\angle B$  سے بڑا ہے  
اب  $A$  میں سے چھوٹے خط  $AD$  کے برابر  $BC$  د قطع کر لو  
اور  $DC$  کو ملاؤ۔

چونکہ مثلثوں  $\triangle ABC$  اور  $\triangle DCB$  میں  $\angle A$   $\angle B$  کے برابر ہے اور  
 $\angle C$  دونو مثلثوں میں مشترک ہے  
تو دو ضلع  $BC$  اور  $CB$  دو ضلعوں  $AC$  اور  $AB$  کے اپنی  
اپنی نظیر کے برابر ہیں

اور زاویہ  $\angle A$   $\angle B$  کے برابر ہے (فرضاً)  
اس واسطے قاعدہ  $\angle C$  قاعدہ  $AB$  کے برابر ہے (م اش ۲)  
اور مثلث  $\triangle ABC$  مثلث  $\triangle DCB$  کے برابر ہے

یعنی چھوٹا مثلث بڑے مثلث کے برابر ہے اور یہ باطل ہے  
 اس لئے اب آج کے غیر مساوی نہیں ہے  
 یعنی اب آج کے مساوی ہے  
 پس اگر ایک مثلث کے دو زاوے آپس میں برابر ہوں ..... الخ  
 اور بھی مقصود تھا ۔

## اصل

اس سے معلوم ہوا کہ ہر مثلث متساوی الزوایا متساوی الضلع  
 بھی ہوتا ہے ۔

## ساتویں شکل مسئلہ

ایک ہی قاعدے پر ایک ہی طرف ایسے  
 دو مثلث بنیں واقع ہو سکتے کہ ان کے  
 وہ ضلع جو قاعدے کی ایک حد پر منتہی  
 ہوئے ہوں باہم برابر ہوں اور وہ ضلع ہی  
 جو دوسری حد پر منتہی ہوئے ہوں برابر ہوں

اگر قلم ہے تو فرض کرو کہ ایک ہی قاعدہ اب پر ایک ہی طرف  
 ایسے دو مثلث آج ب اور اد ب واقع ہیں جن کے ضلع ج ا اور  
 د ا جو قاعدے کی حد آ پر منتہی ہوئے ہیں باہم برابر ہیں اور



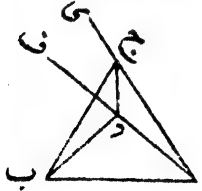
ضلع ج ب اور د ب بھی  
 جو حد ب پر منتہی ہوئے ہیں  
 باہم برابر ہیں



ج د کو دے

اولاً۔ ہم ایک مثلث کا راس دوسرے مثلث کے باہر ہو  
چونکہ مثلث ج د میں اج د کے برابر ہے  
اس واسطے زاویہ اج د زاویہ اد ج کے برابر ہے (م اش ۵)  
لیکن زاویہ اج د زاویہ ب ج د سے بڑا ہے (علم ۹)  
اس لئے زاویہ اد ج بھی زاویہ ب ج د سے بڑا ہے  
اسی سبب سے زاویہ ب ا د زاویہ ب ج د سے بہت ہی بڑا  
ہے

پھر چونکہ مثلث ب ج د میں ب ج د کے برابر ہے (فرضاً)  
اس واسطے زاویہ ب ا د زاویہ ب ج د کے برابر ہے (م اش ۵)  
لیکن زاویہ ب ا د زاویہ ب ج د سے بڑا ثابت ہو چکا ہے  
اس لئے زاویہ ب ا د زاویہ ب ج د کے برابر بھی ہوا اور اس  
سے بڑا بھی ہوا اور یہ غیر ممکن ہے  
ثانیاً۔ جب کہ مثلث ا د ب کا راس د مثلث اج ب کے اندر  
واقع ہو



اج اور ا د کو سی اور ف تک بڑھاؤ  
تو چونکہ مثلث ب ج د میں اج د کے برابر ہے  
اس واسطے قاعدہ ج د کی دوسری طرف کے زاویہ ج د ا اور  
ف د ج باہم برابر ہوتے (م اش ۵)

لیکن زاویہ جی ج د زاویہ ب ج د سے بڑا ہے (د علم و)  
 اس واسطے زاویہ ف د ج بھی زاویہ ب د ج سے بڑا ہوگا  
 اسی سبب سے زاویہ ب د ج زاویہ ج د ج سے بہت ہی بڑا ہوگا  
 پھر چونکہ مثلث ب ج د میں ب ج ب د کے برابر ہے  
 اس لئے زاویہ ب د ج زاویہ ج د ج کے برابر ہے (د م ا ش ۵)  
 لیکن زاویہ ب د ج کا زاویہ ج د ج سے بڑا ہونا ثابت  
 ہو چکا ہے

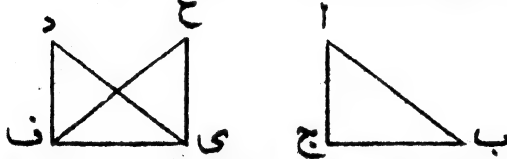
اس واسطے زاویہ ب د ج زاویہ ج د ج کے برابر بھی ہوگا اور  
 اس سے بڑا بھی ہوگا اور یہ غیر ممکن ہے  
 ثالثاً۔ جب کہ ایک مثلث کا راس دوسرے مثلث کے ایک ضلع  
 پر واقع ہو اس کا ثابت کرنا کچھ ضرور نہیں  
 پس ایک ہی قاعدے پر ایک ہی طرف ..... الخ  
 اور یہی مقصود تھا۔

## اکھویں شکل۔ مسئلہ

اگر دو مثلثوں میں سے ایک مثلث کے  
 دو ضلع دوسرے مثلث کے دو ضلعوں  
 کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوں اور ان  
 کے قاعدے بھی مساوی ہوں تو دونوں  
 مثلثوں کے برابر ضلعوں کے درمیانی زاویے  
 بھی باہم برابر ہونگے

فرض کرو اب ج اور د ج ق دو مثلث ہیں جن کے دو ضلع

اب اور اچ دو ضلعوں دہی اور دَف کے اپنی اپنی نظیر کے برابر  
 ہیں یعنی اب دہی کے برابر ہے اور اچ دَف کے اور قاعدہ  
 ب ج بھی قاعدہ ہی ف کے برابر ہے  
 تو زاویہ ب اچ زاویہ ی دَف کے برابر ہوگا



کیونکہ اگر مثلث ا ب ج مثلث د ی ف پر اس طرح رکھا جائے  
 کہ نقطہ ب نقطہ ی پر اور خط مستقیم ب ج ی ف پر واقع ہو تو  
 چونکہ ب ج ج ی ف کے برابر ہے (فرضاً)  
 اس واسطے نقطہ ج نقطہ ی پر منطبق ہوگا  
 اور چونکہ ب ج ی ف پر منطبق ہوتا ہے  
 تو ب ا اور اچ ی د اور دَف پر منطبق ہونگے

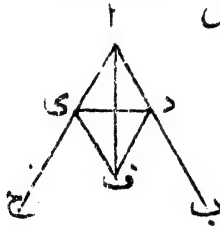
کیونکہ اگر قاعدہ ب ج قاعدہ ہی ف پر منطبق ہو مگر ضلع ب ا اور  
 اچ ضلعوں ی د اور دَف پر منطبق نہ ہوں بلکہ ۱ و ۲ جگہ واقع  
 ہوں جیسے سنی تلخ اور ک غ تو اس صورت میں ایک ہی  
 قاعدے پر ایک ہی طرف ایسے دو مثلث واقع ہونگے جن کے  
 وہ ضلع جو قاعدے کی ایک حد پر منتهی ہوئے ہوں باہم برابر  
 ہوں اور وہ ضلع بھی جو قاعدے کی دوسری حد پر انجام ہوتے  
 ہوں باہم برابر ہوں

اور یہ غیر ممکن ہے (م اش )

اسی واسطے اگر قاعدہ  $\triangle ABC$  قاعدہ  $BC$  پر منطبق ہو  
 تو ضلع  $BA$  اور  $AC$  ضلعوں  $BC$  اور  $BC$  پر ضرور منطبق ہی  
 ہوئے۔ چاہئیں اسی سبب سے زاویہ  $\angle B$  بھی زاویہ  $\angle C$   
 پر منطبق اور اس کے برابر ہے۔  
 پس اگر دو مثلثوں میں سے ایک مثلث کے دو ضلع ..... الخ  
 اور یہی مقصود تھا۔

## نویں شکل - سوال

زاویہ مستقیمہ الخٹین مفروضہ کی تنصیف کرو  
 فرض کرو  $\triangle ABC$  زاویہ مستقیمہ الخٹین مفروضہ ہے  
 ہم چاہتے ہیں کہ اس کی تنصیف کریں



اب میں کوئی نقطہ  $D$  مقرر کرو  
 اور  $BC$  میں سے  $E$  ایسا نقطہ کے برابر قطع کرو (م  $AS$  ۳)  
 اور  $AD$  کو ملاؤ

$\triangle ABC$  پر  $A$  کی مخالف سمت میں ایک مثلث متساوی الاضلاع  $\triangle ADE$   
 بناؤ (م  $AS$  ۱)  
 اور  $AD$  کو ملاؤ

تو خط مستقیم  $AE$  زاویہ  $\angle B$  کی تنصیف کریگا

کیونکہ  $\triangle DAC$  کے برابر ہے (علا) اور  $\triangle DAB$  اور  $\triangle DAC$  میں مشترک ہے تو دو ضلع  $DA$  اور  $AC$  دو ضلعوں  $AB$  اور  $AC$  کے اپنی اپنی

نظیر کے برابر ہیں اور قاعدہ  $DC$  قاعدہ  $AB$  کے برابر ہے (علا) اس واسطے زاویہ  $\angle DAC$  زاویہ  $\angle DAB$  کے برابر ہے (مساویہ) پس زاویہ  $\angle BAC$  کی خط مستقیم  $AC$  سے تنصیف ہو گئی اور یہی مطلوب تھا۔

## دسویں شکل سوال

ایک خط مستقیم محدود مفروض کی تنصیف کرو فرض کرو کہ  $AB$  خط مستقیم محدود مفروض ہے ہم جانتے ہیں کہ  $AB$  کو دو برابر حصوں میں تقسیم کریں  $AB$  پر مثلث متساوی الاضلاع  $ABC$  بناؤ (مساویہ ۱)



اور زاویہ  $\angle ACB$  کی خط مستقیم  $BC$  سے جو خط  $AB$  سے نقطہ  $D$  پر ملے گا تنصیف کرو (مساویہ ۹) تو  $AB$  نقطہ  $D$  پر دو برابر حصوں میں تقسیم ہوگا چونکہ  $\triangle ABC$  کے برابر ہے (علا) اور  $\triangle BDC$  اور  $\triangle ADC$  میں مشترک ہے

تو دو ضلع  $\overline{اج}$  اور  $\overline{ج د}$  دو ضلعوں  $\overline{باج}$  اور  $\overline{ج د}$  کے اپنی اپنی  
تغیر کے برابر ہیں

اور زاویہ  $\overline{اج د}$   $\overline{باج د}$  کے برابر ہیں (علماً)  
اس واسطے قاعدہ  $\overline{ا د}$  قاعدہ  $\overline{ب د}$  کے برابر ہے (م اش ۴)  
پس خط مستقیم  $\overline{اب}$  نقطہ  $\overline{د}$  پر دو برابر حصوں میں تقسیم ہو گیا  
اور یہی مطلوب تھا۔

## گیارہویں شکل۔ سوال

ایک خط مستقیم مفروض کے کسی نقطہ  
مفروضہ سے ایک ایسا خط مستقیم کھینچو  
خط مفروض پر قائم زاوئے بنائے

فرض کرو  $\overline{اب}$  خط مستقیم مفروض ہے اور اس میں  $\overline{ج}$  ایک نقطہ  
مفروضہ۔ ہم چاہتے ہیں کہ نقطہ  $\overline{ج}$  سے ایک ایسا خط مستقیم کھینچیں  
جو خط  $\overline{اب}$  پر قائم زاوئے بنائے



اج میں کوئی نقطہ  $\overline{د}$  فرض کرو

اور  $\overline{ج ی}$   $\overline{ج د}$  کے برابر قطع کر لو (م اش ۳)  
دی پر مثلث متساوی الاضلاع  $\overline{دی ف}$  بناؤ (م اش ۱)  
اور  $\overline{ج ف}$  کو ملاؤ

تو  $\overline{ج ف}$  جو کہ نقطہ  $\overline{ج}$  سے کھینچا گیا ہے  $\overline{اب}$  پر قائم زاوئے بنائے

کر بجا  
چونکہ دج ج ی کے برابر ہے اور ف ج دونوں مثلثوں دج ف اور  
ج ی ج میں مشترک ہے  
تو دو متعلقہ دج اور ف ج دو ضلعوں ج ی ج اور ج ف کے اپنی اپنی  
نظیر کے برابر ہیں

اور قاعدہ د ج قاعدہ ج ی ف کے برابر ہے (علامہ  
اس واسطے زاویہ دج ف زاویہ ج ی ج کے برابر ہوا (م اش ۸)  
اور یہ دونوں متعلقہ زاوے ہیں

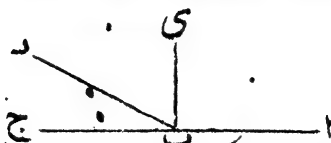
مگر جب ایک خط مستقیم دوسرے خط مستقیم پر دو متعلقہ زاوے  
باہم برابر بنائے تو ان میں سے ہر ایک زاوے کو قائمہ کہتے ہیں  
(حد ۱۰)

اس لئے زاویوں دج ف اور ج ی ج میں سے ہر ایک قائمہ ہے  
پس نقطہ مفروضہ ج سے جو خط مستقیم مفروض اب میں سے  
ایک ایسا خط مستقیم ج ف کھینچا گیا جو اب پر قائمہ زاوے  
بناتا ہے

اور یہی مطلوب تھا۔

## صل

اس عمل کے ذریعے سے ثابت ہو سکتا ہے کہ دو مستقیم خطوط میں  
ایک حصہ مشترک نہیں ہو سکتا۔  
اگر ممکن ہو تو فرض کریں کہ حصہ اب دو مستقیم خطوط اب ج  
اور اب د میں مشترک ہے



نقطہ ب سے بی ایسا خط کھینچو جو اب سے قائم بنائے (م اش ۱۱)  
تو چونکہ اب ج ایک خط مستقیم ہے

اس لئے زاویہ اب بی زاویہ بی ب ج کے برابر ہے (حد ۱۰)  
اسی طور پر چونکہ اب د خط مستقیم ہے

اس لئے زاویہ اب بی زاویہ بی ب د کے برابر ہے  
لیکن زاویہ اب بی زاویہ بی ب ج کے برابر ہے

اس لئے زاویہ بی ب د زاویہ بی ب ج کے برابر ہے (علم ۱)  
یعنی چھوٹا زاویہ بڑے زاویے کے برابر ہے

اور یہ غیر ممکن ہے

پس دو مستقیم خطوں میں ایک حصہ مشترک نہیں ہو سکتا ہے

## بارھویں شکل سوال

ایک خط مستقیم غیر محدود مفروض

پر ایک نقطہ مفروضہ سے جو اس

خط کے باہر ہے عمود ڈالو۔

فرض کرو اب خط مستقیم مفروض ہے جس کو دونوں طرف جہاں تک

چاہیں بڑھا سکتے ہیں اور ج اس کے باہر ایک نقطہ ہے

ہم چاہتے ہیں کہ نقطہ ج سے اب پر عمود ڈالیں



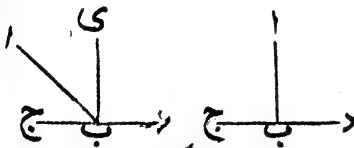


زاوے کو قائمہ کہتے ہیں اور خط مستقیم جو دوسرے خط مستقیم پر قائم ہے عمود کہلاتا ہے  
 میں نقطہ مفروضہ ج سے خط مستقیم مفروضہ اب پر ج سے عمود پڑ گیا  
 اور یہی مطلوب تھا۔

## تیرھویں شکل - مسئلہ

زاوے جو ایک خط مستقیم دوسرے خط مستقیم سے ایک ہی سمت میں پیدا کئے یا دو قائمے ہوتے ہیں یا مل کر دو قائموں کے برابر

فرض کرو خط مستقیم اب ج د سے ایک ہی سمت میں زاوے ج ب ا اور اب د پیدا کرتا ہے  
 تو یہ زاوے یا تو دو قائمے ہونگے یا مل کر دو قائموں کے برابر ہونگے



کیونکہ اگر زاویہ ج ب ا زاویہ د کے برابر ہو تو ان میں سے ہر ایک قائمہ ہے  
 (حد ۱۰)

لیکن اگر زاویہ ج ب ا زاویہ د کے برابر نہ ہو  
 تو نقطہ ب سے ب ی ایسا خط کھینچو جو ج د پر قائمے بنائے

(د م ا ش ۱۱)

تو زاوے ج ب سی اور سی ب د دو قائے ہیں (حد ۱)  
 اور چونکہ زاویہ ج ب سی زاویوں ج ب آ اور اب سی کے برابر ہے

ان مساویوں پر زاویہ سی ب د زیادہ کرو  
 تو زاوے ج ب سی اور سی ب د تینوں زاویوں ج ب آ اور  
 اب سی اور سی ب د کے برابر ہوئے (علم ۲)  
 پھر چونکہ زاویہ د ب آ دو زاویوں د ب سی اور سی ب آ کے  
 برابر ہے

ان مساویوں پر زاویہ اب ج زیادہ کرو  
 تو زاوے د ب آ اور اب ج تینوں زاویوں د ب سی اور سی ب  
 اور اب ج کے برابر ہوئے  
 لیکن زاوے ج ب سی اور سی ب د انہی تینوں زاویوں کے  
 برابر ثابت ہو چکے ہیں

اور جو چیزیں ایک ہی چیز کے مساوی ہوں وہ باہم مساوی ہوتی  
 ہیں اس واسطے زاوے ج ب سی اور سی ب د زاویوں د ب آ  
 اور اب ج کے برابر ہوئے

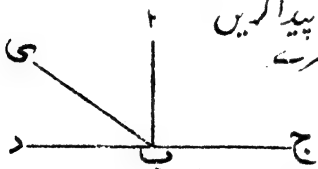
مگر زاوے ج ب سی اور سی ب د دو قائے ہیں  
 اس لئے زاوے د ب آ اور اب ج مل کر دو قائموں کے  
 برابر ہوئے

پس زاوے جو ایک خط مستقیم ..... الخ  
 اور یہی مقصود تھا

## چودھویں شکل - مسئلہ

اگر ایک خط مستقیم کے کسی نقطہ پر دو  
دور خط مستقیم متقابل سمتوں سے ملکر متصل  
زاوے دو قائموں کے برابر پیدا کریں تو یہ  
دو لہجہ مستقیم ایک دوسرے کی سیدھ  
میں ہونگے۔

فرض کرو خط مستقیم آب کے لفظ ب پر دو خط مستقیم بج  
باد آب کی متقابل سمتوں سے ملکر متصل زاوے آبج اور  
آب د دو قائموں کے برابر پیدا کریں  
تو باد اور بج ایک دوسرے  
کی سیدھ میں ہونگے



کیونکہ اگر بج ب کی سیدھ میں نہ ہو  
تو فرض کرو ب ہی اس کی سیدھ میں ہو  
چونکہ آب خط مستقیم بج ہی سے ملتا ہے  
اس واسطے متصل زاوے آبج اور آب د دو قائموں کے  
برابر ہیں (دہا ۱۲)

لیکن زاوے بج اور آب د دو قائموں کے برابر ہیں  
اس واسطے زاوے بج اور آب د زاویوں بج اور  
آب د کے برابر ہوں گے (علم ۲)

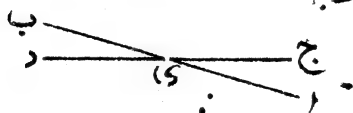
ان مساویوں میں سے مشترک زاویہ بج آب خال ڈالو

تو باقی زاویہ اب سی باقی زاویہ اب د کے برابر رہا (علم ۳)  
یعنی چھوٹا زاویہ بڑے زاویے کے برابر ہوا  
اور یہ غیر ممکن ہے۔

اس واسطے ب سی ج ب کی سیدھ میں نہیں ہے  
اور اسی طور پر ثابت ہو سکتا ہے کہ ب د کے سوا کوئی اور خط  
مستقیم ج ب کی سیدھ میں نہیں ہو سکتا  
اس واسطے ب د ج ب کی سیدھ میں ہے  
پس اگر ایک خط مستقیم کے کسی نقطے پر ..... الخ  
اور یہی مقصود تھا۔

## پتہ پر چھوٹی شکل مسئلہ

اگر دو خط مستقیم باہم تقاطع کریں  
تو مقابل کے زاویے برابر ہوتے ہیں  
فرض کرو خط اب اور ج د نقطہ ی پر باہم تقاطع کرتے ہیں  
تو زاویہ ای ج زاویہ دی ب کے برابر ہوگا اور زاویہ ج ی ب  
زاویہ ای د کے۔



چونکہ خط مستقیم ای ج د کے نقطہ ی پر متصلے زاویے ج ی ا  
اور ای د یکساں ہوتا ہے  
لہذا یہ زاویے ملکہ دو قانوں کے برابر ہیں دم اش ۱۳

اور چونکہ خط مستقیم د ب اب کے لفظ ہی پر متصلے زاوے  
د سی ب اور آ می د پیدا کرتا ہے

اس لئے یہ زاوے بھی دو قائموں کے برابر ہوئے (د م اش ۱۳)  
مگر زاوے ج سی ا اور آ می د دو قائموں کے برابر ثابت

ہو چکے ہیں  
اس لئے زاوے ج سی ۲ اور آ می د زاویوں ای د اور دی کے  
برابر ہوئے

ان میں سے مشترک زاویہ آ می د نکالو  
تو باقی زاویہ ج سی ۲ باقی زاویہ د سی ب کے برابر رہا  
(علم ۱۳)

اسی طور پر ثابت ہو سکتا ہے کہ زاویہ ج سی ب زاویہ ای د  
کے برابر رہا

پس اگر دو خط مستقیم باہم تقاطع کریں ..... الخ  
اور یہی مقصود تھا۔

## پہلا حاصل

اس سے ظاہر ہے کہ اگر دو خط مستقیم باہم تقاطع کریں تو دو  
زاوے جو ان کے نقطۂ تقاطع پر پیدا ہوتے ہیں مگر چار  
قائموں کے برابر ہوتے ہیں +

## دوسرا حاصل

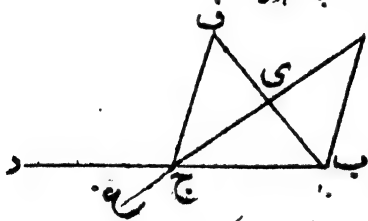
اور اس سے یہ نتیجہ نکلا کہ ایک نقطے پر کتنے ہی خطوں کے تقاطع

کرنے سے جو زاوے پیدا ہوں سب مل کر چار قانونوں کے برابر ہوتے ہیں +

## سوطیوں شکل - مسئلہ

اگر مثلث کا ایک ضلع بڑھایا  
جائے تو زاویہ خارجہ مقابل کے  
ہر ایک زاویہ داخلہ سے بڑا ہوگا  
فرض کرو آج  $\triangle ABC$  ہے جس کا ضلع  $BC$  دیکھ کر بڑھایا  
گیا ہے

تو زاویہ خارجہ آج  $\angle D$  مقابل کے ہر ایک زاویہ داخلہ  $\angle B$ ،  $\angle C$   
اور  $\angle A$  سے بڑا ہوگا



آج کی نقطہ سی  $\angle D$  تصدیق کرو (۱)  $\angle A$

اور  $\angle B$  کو ملاؤ

$\angle B$  سی کوئی تک بڑھاؤ کہ سی  $\angle D$  کے برابر ہو جائے

(۲)  $\angle A$

اور  $\angle C$  کو ملاؤ

چونکہ آج سی  $\angle D$  کے برابر ہے اور  $\angle B$  سی  $\angle D$  کے تو مثلثوں

ابی اور جی ف میں دو ضلع ای اور جی ب دو ضلعوں  
 جی اور جی ف کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں  
 اور زاویہ ای ب زاویہ جی ف کے برابر ہے  
 کیونکہ وہ مقابل کے زاوئے ہیں (دہ اش ۵)  
 اس واسطے قاعدہ اب قاعدہ جی ف کے برابر ہوا (دہ اش ۴)  
 اور مثلث ای ب مثلث جی ف کے برابر ہوا  
 اور ایک مثلث کے باقی زاوئے دوسرے مثلث کے باقی زاویوں اپنی  
 اپنی نظیر کے یعنی جن کے مقابل برابر ضلع ہیں برابر ہوتے  
 اس واسطے زاویہ ب ای زاویہ جی ف کے برابر ہوا  
 مگر زاویہ جی دیا آج د زاویہ جی ف سے بڑا ہے  
 اس واسطے زاویہ آج د زاویہ ب ای سے بڑا ہوا  
 اسی طور پر اگر ضلع ب ج کی تنصیف ہو اور آج غ تک  
 بڑھایا جائے

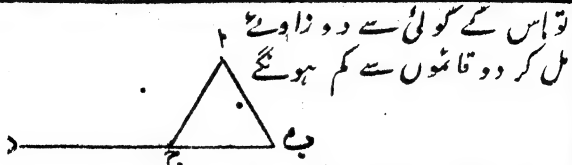
تو ثابت ہو سکتا ہے کہ زاویہ ب ج غ یعنی زاویہ آج د زاویہ  
 اب ج سے بڑا ہے  
 پس اگر ایک مثلث کا ایک ضلع بڑھایا جائے..... الخ  
 اور یہی مقصود تھا۔

## مرقصوین شکل - مسئلہ

مثلث کے کوئی سے دو زاوئے  
 مل کر در قائمہوں سے کم ہوتے ہیں

فرض کرو اب ج مثلث ہے





کوئی سے ضلع مثلاً ب ج کو د تک بڑھاؤ  
چونکہ اج د مثلث ا ب ج کا زاویہ خارجہ ہے  
اس لئے زاویہ اج د مقابل کے زاویہ داخلہ ا ب ج سے برابر  
دم اش ۱۶

ان غیر مساویوں پر زاویہ اج ب زیادہ کرو  
تو زاوئے اج د اور اج ب زاویوں ا ب ج اور ب ج د  
سے بڑے ہوجئے

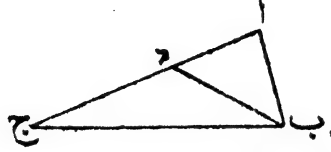
مگر زاوئے اج د اور اج ب دو قائموں کے برابر ہیں دم  
ش ۱۳

اس لئے زاوئے ا ب ج اور اج ب دو قائموں سے کم ہوئے  
اسی طرح سے ثابت ہو سکتا ہے کہ زاوئے ب ج د اور اج ب  
اور نیز زاوئے ج د ب اور ا ب ج دو قائموں سے کم ہوئے  
پس مثلث کے کوئی سے دو زاوئے .....  
اور یہی مقصود تھا

امتحان صوبہ شکر مسئلہ

مثلث کا بڑا ضلع بڑے زاوئے  
کے سامنے ہوتا ہے -

فرض کرو  $\triangle ABC$  مثلث ہے جس کا ضلع  $AC$  ضلع  $AB$  سے بڑا ہے  
 تو زاویہ  $\angle ABC$  زاویہ  $\angle ACB$  سے بڑا ہوگا



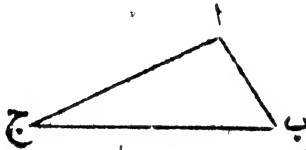
چونکہ ضلع  $AC$  ضلع  $AB$  سے بڑا ہے  
 تو  $\angle ABC$  کے برابر بناؤ  $\angle ACD$  (۱)  
 اور  $CD$  کو ملاؤ  
 اب اس سبب سے کہ مثلث  $ABC$  میں  $\angle ABC$  کے برابر ہے  
 زاویہ  $\angle ACD$  زاویہ  $\angle ABC$  کے برابر ہوا  $\angle ACD$  (۱)  
 لیکن چونکہ مثلث  $ABC$  کا ضلع  $AC$   $AB$  سے بڑھایا گیا ہے  
 اس لئے زاویہ خارجہ  $\angle ACD$  مقابل کے زاویہ داخلہ  $\angle ACB$  سے  
 بڑا ہے (۲)

لیکن زاویہ  $\angle ACD$  زاویہ  $\angle ABC$  کے برابر ثابت ہو چکا ہے  
 اس لئے زاویہ  $\angle ABC$  زاویہ  $\angle ACB$  سے بڑا ہے  
 اس واسطے زاویہ  $\angle ABC$  زاویہ  $\angle ACB$  سے بہت ہی بڑا  
 ہے

پس مثلث کا بڑا ضلع ..... الخ  
 اور یہی مقصود تھا۔

# اینبسویں شکل مسئلہ

ثالث کا بڑا زاویہ بڑے  
ضلع کے سامنے ہوتا ہے۔



فرض کرو ا ب ج مثلث  
ہے جس کا زاویہ ا ب ج  
زاویہ ب ج ا سے بڑے

تو ضلع ا ج ضلع ا ب سے بڑا ہوگا  
کیونکہ اگر ا ج ا ب سے بڑا نہ ہوگا  
تو یا اس کے برابر ہوگا یا اس سے کم  
اگر ا ج ا ب کے برابر ہو

تو زاویہ ا ب ج زاویہ ا ج ب کے برابر ہوگا (دہ اش ۵)  
لیکن یہ دو نو برابر نہیں ہیں (فرضاً)۔

اس لئے ضلع ا ج ا ب کے برابر نہیں ہے  
اور اگر ا ج ا ب سے کم ہو

تو زاویہ ا ب ج زاویہ ا ج ب سے کم ہوگا (دہ اش ۱۸)  
لیکن ا ب ج ا ج ب سے کم نہیں ہے

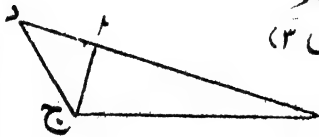
اس لئے ضلع ا ج ا ب سے کم نہیں ہے  
اور یہ ثابت ہو چکا ہے کہ ا ج ا ب کے برابر نہیں  
اس لئے ا ج ا ب سے بڑا ہی ہوا

پس ثالث کا بڑا زاویہ ..... الخ

اور یہی مقصود تھا۔

## میسوین شکل - مسئلہ

مثلث کے کوئی سے دو ضلع مل کر تیسرے ضلع سے بڑے ہوتے ہیں  
 فرض کرو  $\triangle ABC$  مثلث ہے  
 تو اس کے کوئی سے دو ضلع مل کر تیسرے ضلع سے بڑے  
 ہونگے یعنی  $AB + AC > BC$  اور  $AB + BC > AC$  سے اور  
 $AC + BC > AB$  اور  $AB + AC > BC$  سے اور  
 ضلع  $BA$  کو نقطہ  $D$  تک بڑھاؤ  
 اور  $AD = AC$  کے برابر بناؤ (دم ۲ ش ۳)  
 اور  $DC$  کو ملاؤ  
 تو چونکہ  $AD = AC$  کے برابر ہے۔



اس لئے زاویہ  $\angle ADC$  زاویہ  $\angle ACB$  کے برابر ہے (دم ۱ ش ۵)  
 لیکن زاویہ  $\angle BCD$  زاویہ  $\angle ACB$  سے بڑا ہے (علم ۹)  
 اس لئے زاویہ  $\angle BCD$  زاویہ  $\angle ADC$  سے بڑا ہے  
 اور چونکہ مثلث  $BCD$  میں زاویہ  $\angle BCD$  زاویہ  $\angle BDC$  سے  
 بڑا ہے اور بڑے زاویے کے مقابل کا ضلع بھی بڑا ہوتا ہے (دم  
 ۱ ش ۹)

اس لئے ضلع  $BD$  ضلع  $BC$  سے بڑا ہے  
 لیکن  $BD = BA + AD$  اور  $AD = AC$  کے برابر ہے  
 اس لئے ضلع  $BA + AC$  اور  $BC$  مل کر  $BC$  سے بڑے ہوتے

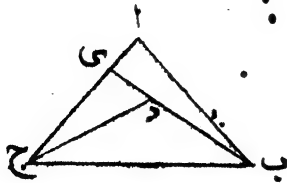
ایسی طور پر ثابت ہو سکتا ہے کہ ضلع اب اور ب ج ملکہ ج سے بڑے ہیں

اور ب ج اور ج ا مل کر اب سے بڑے ہیں  
پس مثلث کے کوئی سے دو ضلع ..... الخ  
اور یہی مقصود تھا۔

## اکیسویں شکل مسئلہ

اگر مثلث کے ایک ضلع کی حدوں سے  
دو خط مستقیم کسی نقطے تک جو مثلث  
کے اندر واقع ہو کھینچ جائیں تو یہ خط  
مثلث کے باقی دو ضلعوں سے کم ہوں گے  
مگر ان کا درمیانی زاویہ ان ضلعوں  
کے درمیانی زاوے سے بڑا ہوگا۔

فرض کرو اب ج مثلث ہے  
اور ضلع ب ج کی حدوں ب اور ج سے دو خط مستقیم ب د  
اور ج د نقطہ د تک جو مثلث کے اندر ہے کھینچے گئے ہیں،  
تو ب د اور د ج مثلث کے باقی ضلعوں ب ا اور ج ا سے  
کم ہوں گے۔



لیکن ان کا درمیانی  
زاویہ ب د ج  
زاویہ ب ا ج  
سے بڑا ہوگا

ب د کو یہاں تک بڑھاؤ کہ اج سے نقطہ جی پر ملے  
چونکہ مثلث کے دو ضلع مل کر تیسرے سے بڑے ہوتے ہیں

(د م اش ۲۰)

اس لئے مثلث آ ب ج کے دو ضلع ب آ اور جی مل کر ب  
سے بڑے ہیں

ان غیر مساویوں پر جی کو زیادہ کرو  
تو ضلع ب آ اور آ ج ب جی اور جی سے بڑے ہونے (علم)  
اور چونکہ مثلث ج جی د کے دو ضلع ج جی اور جی دل کر

د ج سے بڑے ہیں (د م اش ۲۰)

ان غیر مساویوں پر د ب کو زیادہ کرو  
تو ضلع ج جی اور جی ب ج د اور د ب سے بڑے ہونے (علم)  
لیکن یہ ثابت ہو چکا ہے کہ ب آ اور آ ج ب جی اور جی ج سے

بڑے ہیں  
اس لئے ب آ اور آ ج ب د اور د ج سے بہت ہی بڑے ہونے  
اور چونکہ مثلث کا زاویہ خارجہ مقابل کے زاویہ داخلہ سے بڑا

ہوتا ہے (د م اش ۱۶)

اس لئے مثلث ج د جی کا زاویہ خارجہ ب د ج مقابل کے  
زاویہ داخلہ ج جی د سے بڑا ہوا

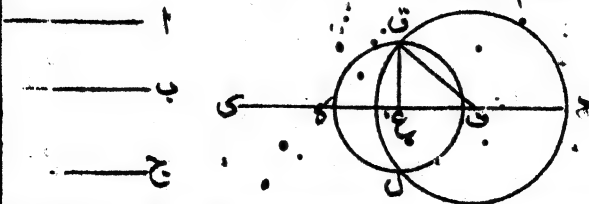
اسی سبب سے مثلث آ ب جی کا زاویہ خارجہ ج جی د مقابل  
کے زاویہ داخلہ ب آ ج سے بڑا ہوا

اور یہ ثابت ہو چکا ہے کہ زاویہ ب د ج زاویہ ج جی ب سے  
بڑا ہے

اس لئے زاویہ باج زاویہ باج سے بہت ہی بڑا ہوا  
پس اگر مثلث کے ایک ضلع کی حدود سے ..... الخ  
اور یہی مقصود تھا۔

## بائیسویں شکل - سوال .

ایک ایسا مثلث بناؤ جس کے  
ضلع تین مفروض مستقیم خطوں  
کے برابر ہوں بشرطیکہ ان خطوں  
میں سے کوئی سے دو مل کر  
تیسرے سے بڑے ہوں  
فرض کرو آ اور ج اور ج تین خط مستقیم مفروض ہیں۔  
جن میں سے کوئی سے دو مل کر تیسرے سے بڑے ہیں  
یعنی آ اور ج مل کر ج سے  
اور آ اور ج مل کر ج سے  
اور ج اور ج مل کر آ سے  
ہم چاہتے ہیں کہ ایسا مثلث بنائیں جس کے ضلع آ اور ج  
اور ج اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوں۔



خط مستقیم دمی ایسا کھینچو جو نقطہ  $\alpha$  پر محدود اور نقطہ  $\gamma$  کی طرف غیر محدود ہو

دفعہ ۱ کے برابر بناؤ اور فص کو  $\beta$  کے اور غ کا کوج کے (مائل) مرکز سے فص کی دوری پر دائرہ  $\alpha$  ق ل کھینچو (اصل ۳) اور مرکز سے غ کی دوری پر دائرہ  $\alpha$  ق ل کھینچو اور ق ف اور ق غ کو ملاؤ

تو مثلث ق ف غ کے ضلعے تینوں مستقیم خطوں  $\alpha$  اور  $\beta$  اور ج کے برابر ہونگے

چونکہ نقطہ  $\alpha$  ف دائرہ  $\alpha$  ق ل کا مرکز ہے

اس لئے  $\alpha$  ف د ف ق کے برابر ہے (حد ۱۵)

لیکن  $\alpha$  د خط مستقیم  $\alpha$  کے برابر ہے

اس لئے  $\alpha$  ق آ کے برابر ہوا

اور چونکہ غ دائرہ  $\alpha$  ق ل کا مرکز ہے

اس لئے غ  $\alpha$  ح ق کے برابر ہے (حد ۱۵)

لیکن  $\alpha$  ح ج کے برابر ہے

اس لئے  $\alpha$  ح ق بھی ج کے برابر ہوا (علم ۱)

اور ق ح ب کے برابر ہے

اس لئے تینوں خط مستقیم ق ف اور ق غ اور ق آ اور

اور ج کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں

پس مثلث ق ف غ کے تینوں ضلعے ق ف اور ق غ اور غ

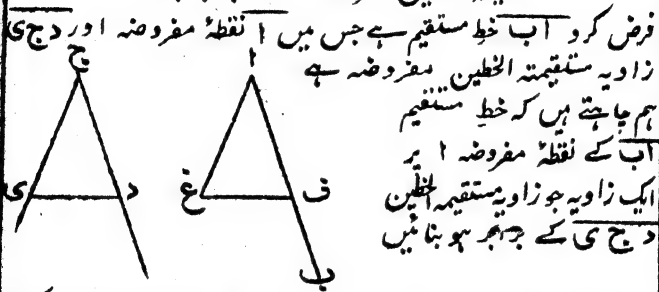
تینوں مفروض مستقیم خطوں  $\alpha$  اور  $\beta$  اور ج کے برابر ہونگے

اور یہی مطلوب تھا



## تیسویں شکل - سوال

خط مستقیم مفروض کے نقطہ مفروضہ  
پر ایک زاویہ مستقیمہ الخطين زاویہ  
مستقیمہ الخطين مفروضہ کے برابر بناؤ



فرض کرو اب خط مستقیم ہے جس میں نقطہ مفروضہ اور د ج ی  
زاویہ مستقیمہ الخطين مفروضہ ہے  
ہم چاہتے ہیں کہ خط مستقیم  
اب کے نقطہ مفروضہ پر  
ایک زاویہ جو زاویہ مستقیمہ الخطين  
د ج ی کے برابر ہو بنائیں

ج د اور ج ی میں سے کوئی سے دو نقطہ د اور ی مقرر کرو  
اور د ی کو ملاؤ  
مثلاً ا ف غ ایسا بناؤ جس کے ضلع تینوں مستقیم خطوں ج د  
اور د ی اور ج ی کے برابر ہوں یعنی ا ف ج د کے برابر ہو اور  
ا غ ج ی کے اور ا ف غ د ی کے (د م اش ۲۲)  
تو زاویہ ا ف غ زاویہ د ج ی کے برابر ہوگا  
چونکہ ا ف د اور ا غ د ج اور ج ی کے اپنی اپنی نظیر کے برابر  
ہیں

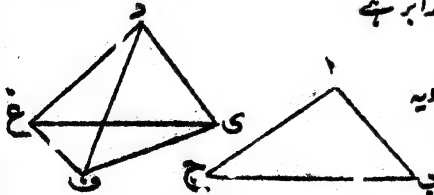
اور قاعدہ ف ج قاعدہ د ی کے برابر ہے  
اس لئے زاویہ ا ف غ زاویہ د ج ی کے برابر ہوگا (د م اش ۸)

پس خط مستقیم مفروض آج کے نقطہ مفروضہ آج زاویہ فاج  
زاویہ مستقیمہ الخطین مفروض دج ہی کے برابر بن گیا  
اور یہی مطلوب تھا ۔

## چوبیسویں شکل - مسئلہ

اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کے  
دو ضلع دوسرے مثلث کے دو ضلعوں  
کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوں  
مگر ایک کے دو ضلعوں کا درمیانی  
زاویہ دوسرے کے ضلعوں کے درمیانی  
زاویے سے بڑا ہو تو جس مثلث کا  
زاویہ بڑا ہے اس کا قاعدہ بھی  
دوسرے مثلث کے قاعدے سے  
بڑا ہوگا ۔

فرض کرد آج اور دج ہی دو مثلث میں جن کے دو ضلع  
آج اور آج دو ضلعوں دج ہی اور دج کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں  
یعنی آج دج کے برابر ہے  
اور آج دج کے



لیکن زاویہ بآج زاویہ  
دج ہی سے بڑا ہے  
تو قاعدہ بآج قاعدہ  
دج ہی سے بڑا ہوگا

فرض کرو ضلعوں دمی اور د ف میں سے دمی د ف سے بڑا

نہیں ہے

تو خط مستقیم دمی کے نقطہ د پر زاویہ ہی د غ زاویہ ج ا ج کے برابر بناؤ (م اش ۲۳)

د غ کو د ف یا ا ج کے برابر بناؤ (م اش ۳)

اور می غ اور غ ف کو ملاؤ

چونکہ دمی اب کے برابر ہے اور د غ ا ج کے

تو دونوں ضلع دمی اور د غ دو ضلعوں اب اور ا ج کے اپنی

اپنی نظیر کے برابر ہیں

اور زاویہ ہی د غ زاویہ ب ا ج کے برابر ہے

اس واسطے قاعدہ می غ قاعدہ ب ج کے برابر ہوا (م اش ۴)

اور چونکہ مثلث د ف غ میں د غ د ف کے برابر ہے

اس واسطے زاویہ د ف غ زاویہ د غ ف کے برابر ہے

(م اش ۵)

لیکن زاویہ د غ ف زاویہ می غ ف سے بڑا ہے (علم ۹)

اس لئے زاویہ د ف غ بھی زاویہ می غ ف سے بڑا ہوا

اسی واسطے زاویہ می غ ف زاویہ می غ ف سے بہت ہی بڑا

ہوا

اور چونکہ مثلث می غ ف میں زاویہ می غ ف زاویہ می غ ف

سے بڑا ہے

اور بڑا بناویہ بڑے ضلع کے مقابل ہوتا ہے (م اش ۱۹)

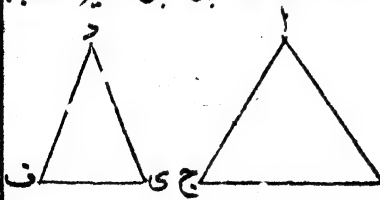
اس لئے ضلع می غ ضلع می غ سے بڑا ہے

لیکن  $\widehat{BAC}$  کے برابر ثابت ہو چکا ہے  
 اس لئے  $\widehat{BAC}$  سے بڑا ہوا  
 پس اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کے دو ضلع ..... الخ  
 اور بھی مقصود تھا

## پچیسویں شکل - مسئلہ

اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کے دو  
 ضلع دوسرے مثلث کے دو ضلعوں  
 کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوں لیکن  
 ایک کا قاعدہ دوسرے کے قاعدے سے  
 بڑا ہو تو جس مثلث کا قاعدہ بڑا ہے  
 اس کے ضلعوں کا درمیانی زاویہ دوسرے  
 کے ضلعوں کے درمیانی زاویے سے  
 بڑا ہوگا۔

فرض کرو  $\widehat{ABC}$  و  $\widehat{DEF}$  دو مثلث ہیں جن کے دو ضلع  $\overline{AB}$   
 اور  $\overline{AC}$  دو ضلعوں  $\overline{DE}$  اور  $\overline{DF}$  کے اپنی اپنی نظیر کے برابر  
 ہیں



یعنی  $\widehat{ABC}$  و  $\widehat{DEF}$  کے برابر ہے  
 اور  $\overline{AB}$  و  $\overline{DE}$  کے  
 مگر قاعدہ  $\overline{BC}$  قاعدہ  
 $\overline{EF}$  سے بڑا ہے

تو زاویہ  $\widehat{B}$   $\widehat{E}$  زاویہ  $\widehat{F}$  سے بڑا ہوگا

کیونکہ اگر زاویہ  $\angle B$  آج زاویہ  $\angle D$  سے بڑا نہ ہو  
 تو بالضرور اس کے برابر ہوگا یا اس سے چھوٹا  
 اگر زاویہ  $\angle B$  آج زاویہ  $\angle D$  سے بڑا نہ ہو  
 تو قاعدہ  $\angle B$  آج قاعدہ  $\angle D$  کے برابر ہوگا (م اش ۲)

لیکن وہ برابر نہیں ہے  
 اس واسطے زاویہ  $\angle B$  آج زاویہ  $\angle D$  کے برابر نہیں

ہے  
 اور اگر زاویہ  $\angle B$  آج زاویہ  $\angle D$  سے چھوٹا ہو  
 تو قاعدہ  $\angle B$  آج قاعدہ  $\angle D$  سے چھوٹا ہوگا (م اش ۲۲)  
 مگر وہ چھوٹا نہیں ہے

اس واسطے زاویہ  $\angle B$  آج زاویہ  $\angle D$  سے چھوٹا نہیں

ہے  
 اور یہ بھی ثابت ہو چکا ہے کہ زاویہ  $\angle B$  آج زاویہ  $\angle D$  کے

برابر نہیں ہے  
 اس لئے زاویہ  $\angle B$  آج زاویہ  $\angle D$  سے بڑا ہی ہوا  
 پس اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کے دو ضلع ..... الخ  
 اور یہی مقصود تھا۔

## پچیسویں شکل مسئلہ

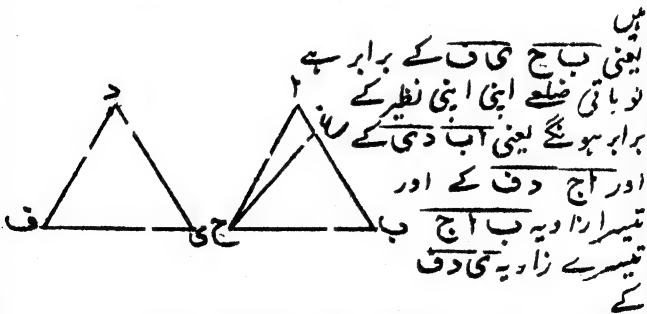
اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کے دو  
 زاویے دوسرے مثلث کے دو زاویوں  
 کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوں اور

ان کا ایک ایک ضلع یعنی وہ ضلع  
جو ہر ایک مثلث میں برابر زاویوں  
کے متصل یا ان کے مقابل ہے برابر  
ہو تو باقی ضلع اپنی اپنی نظیر کے  
برابر ہونگے اور ایک مثلث کا تیسرا  
زاویہ بھی دوسرے مثلث کے تیسرے  
زاویے کے برابر ہوگا۔

فرض کرو ا ب ج اور د ی ف دو مثلث ہیں۔ جن کے زاویے  
ا ب ج اور ب ج ا زاویوں د ی ف اور ی ف د کے اپنی اپنی  
نظیر کے برابر ہیں

یعنی ا ب ج د ی ف کے برابر ہے  
اور ب ج ا ی ف د کے

اور ان کا ایک ایک ضلع بھی باہم برابر ہے  
اولاً فرض کرو کہ وہ ضلع جو برابر زاویوں کے متصل ہیں برابر



کیونکہ اگر اب دہی کے برابر نہ ہو تو بالضرور ان میں سے ایک نہ ایک بڑا ہوگا

فرض کرو اب دہی سے بڑا ہے  
ب ج دہی کے برابر بناؤ (م اس ۳)

اور ع ج کو ملاؤ

تو چونکہ مثلثوں ع ب ج اور دہی ف میں ع ب دہی کے برابر ہے اور ب ج دہی ف کے (فرضاً)

تو دو ضلع ع ب اور ب ج دو ضلعوں دہی اور دہی ف کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں

اور زاویہ ع ب ج زاویہ دہی ف کے برابر ہے  
اس لئے قاعدہ ع ج قاعدہ د ف کے برابر ہو ا دم ۱

(ش ۲)

اور مثلث ع ب ج مثلث دہی ف کے  
اور دونوں مثلثوں کے باقی زاوئے جن کے مقابل برابر ضلع

ہیں اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے

اس لئے زاویہ ع ج ب زاویہ دہی ف کے برابر ہو ا  
مگر زاویہ دہی ف زاویہ ا ج ب کے برابر ہے (فرضاً)

اس لئے زاویہ ع ج ب بھی زاویہ ا ج ب کے برابر ہو ا (علم)  
یعنی چھوٹا زاویہ بڑے زاویے کے برابر ہو ا

اور یہ غیر ممکن ہے

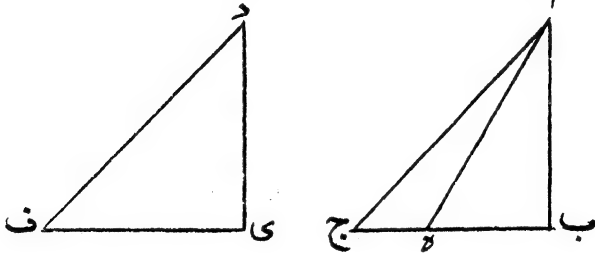
اس لئے اب دہی کے غیر متساوی نہیں ہے

یعنی اب دہی کے برابر ہے

پس چونکہ مثلثوں  $\triangle ABC$  اور  $\triangle DEF$  میں  $\angle A = \angle D$  کے برابر  
ہے اور  $\angle B = \angle E$  کے (فرضاً)

اور زاویہ  $\angle C = \angle F$  کے برابر ہے (فرضاً)  
اس لئے قاعدہ  $\triangle ABC$  قاعدہ  $\triangle DEF$  کے برابر ہوا (م ۱۳) (م ۱۴)  
اور تیسرا زاویہ  $\angle C = \angle F$  کے برابر ہے (فرضاً)  
لہذا فرض کرو کہ وہ ضلع جو دو مثلثوں میں برابر زاویوں  
کے مقابل ہیں آپس میں برابر ہوں

یعنی  $AB = DE$  کے برابر ہو  
تو اس صورت میں بھی باقی ضلع آپس میں برابر ہوں گے  
یعنی  $AC = DF$  کے برابر ہوگا اور  $\angle B = \angle E$  کے برابر  
زاویہ  $\angle C = \angle F$  کے برابر ہے (م ۱۳) (م ۱۴)



کیونکہ اگر  $\angle B = \angle E$  کے برابر نہ ہو تو بالضرورت ان میں سے  
ایک نہ ایک بڑا ہوگا  
فرض کرو  $\angle B > \angle E$  سے بڑا ہے  
 $\angle C = \angle F$  کے برابر بناؤ (م ۱۳) (م ۱۴)



اور ۱۵ کو ملاؤ  
تو چونکہ دو مثلثوں  $\triangle ABC$  اور  $\triangle DEF$  میں  $\angle A = \angle D$  کے برابر  
ہے اور  $\angle B = \angle E$  کے برابر ہے ۔

اور زاویہ  $\angle C$  زاویہ  $\angle F$  کے (فرضاً)  
اس لئے قاعدہ ۱۵ قاعدہ  $\angle C = \angle F$  کے برابر ہوا (دہاش ۱۱)

اور مثلث  $\triangle ABC$  مثلث  $\triangle DEF$  کے  
اور دونوں مثلثوں کے باقی زاویے جن کے مقابل برابر ضلع  
میں اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے

اس لئے زاویہ  $\angle B = \angle E$  زاویہ  $\angle F = \angle D$  کے برابر ہوا  
لیکن زاویہ  $\angle C = \angle F$  زاویہ  $\angle B = \angle E$  کے برابر ہے (فرضاً)  
اس لئے زاویہ  $\angle B = \angle E$  زاویہ  $\angle C = \angle F$  کے برابر ہوا (علم ۱)  
یعنی مثلث  $\triangle ABC$  کا زاویہ  $\angle B$  زاویہ  $\angle E$  کے مقابل کے زاویہ  
داخلہ  $\angle C = \angle F$  کے برابر ہوا

اور یہ غیر ممکن ہے (دہاش ۱۶) ۔  
اس لئے  $\angle B = \angle E$  کے برابر نہیں ہے  
یعنی  $\angle B = \angle E$  کے برابر ہے  
پس چونکہ مثلثوں  $\triangle ABC$  اور  $\triangle DEF$  میں  $\angle A = \angle D$  کے برابر  
ہے اور  $\angle B = \angle E$  کے برابر ہے (فرضاً)

اور درمیانی زاویہ  $\angle C = \angle F$  درمیانی زاویے  $\angle C = \angle F$  کے برابر  
ہے (فرضاً) ۔

اس لئے قاعدہ ۱۵ قاعدہ  $\angle C = \angle F$  کے برابر ہوا (دہاش ۱۱)  
اور تیسرا زاویہ  $\angle B = \angle E$  تیسرے زاویے  $\angle C = \angle F$  کے برابر ہے

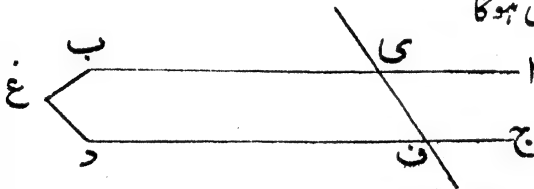
پس اگر دو مثلثوں میں سے ایک مثلث کے ..... الخ  
اور یہی مقصود تھا۔

## سٹائیسویں شکل - مسئلہ

اگر ایک خط مستقیم دو اور مستقیم  
خطوں پر واقع ہو کر متبادلے زاوئے  
آپس میں برابر پیدا کرے تو یہ دونوں  
خط مستقیم متوازی ہوں گے۔

فرض کرو خط  $EF$  دو مستقیم خطوں  $AB$  اور  $CD$  پر واقع  
ہو کر متبادلے زاوئے  $AEF$  اور  $DFE$  آپس میں برابر پیدا  
کر رہا ہے۔

تو  $AB$   $CD$  کا  
متوازی ہوگا



کیونکہ اگر  $AB$   $CD$  کا متوازی نہ ہو  
تو  $AB$  اور  $CD$  دہڑھ کر یا  $AB$  اور  $CD$  کی طرف یا  $AB$  اور  $CD$   
کی طرف آپس میں مل جائیں گے  
فرض کرو  $AB$  اور  $CD$  دہڑھ آئے جائیں  
اور  $AB$  اور  $CD$  کی طرف نقطہ  $G$  پر ملیں

تو  $\angle C$  ایک مثلث ہو گیا  
 اور اس کا زاویہ خارجہ  $\angle A$   $\angle F$  مقابل کے زاویہ داخلہ  $\angle C$   
 سے بڑا ہے (م ۱۶ ص ۱۶)  
 لیکن زاویہ  $\angle A$   $\angle F$  زاویہ  $\angle C$  کے برابر ہے (فرضاً) اس  
 اس لئے زاویہ  $\angle A$   $\angle F$  زاویہ  $\angle C$  سے بڑا بھی ہے اور  
 کے برابر بھی ہے

اور یہ غیر ممکن ہے  
 اس لئے  $\overline{AB}$  اور  $\overline{CD}$  اور  $\overline{D}$  کی طرف بڑھ کر نہیں مل سکتے  
 اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ وہ  $\overline{A}$  اور  $\overline{C}$  کی طرف بھی بڑھ کر  
 نہیں مل سکتے  
 مگر جو خط مستقیم کہ ایک ہی سطح میں واقع ہوں اور کتنی ہی دور  
 تک بڑھائے جائیں اور کسی طرف آپس میں نہ ملیں تو متوازی  
 ہوتے ہیں (م ۱۷ ص ۳۵)

اس لئے  $\overline{AB}$   $\overline{CD}$  کا متوازی ہے  
 پس اگر ایک خط مستقیم دو اور مستقیم خطوں .....  $\angle$   
 اور یہی مقصود تھا۔

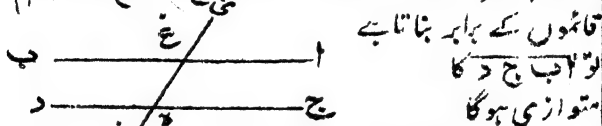
## ایکھا یسویں شکل - مسئلہ

اگر ایک خط مستقیم دو اور مستقیم خطوں  
 پر واقع ہو کر انہی ایک ہی سمت میں  
 زاویہ خارجہ مقابل کے زاویہ داخلہ کے برابر  
 پیدا کرے یا ایک ہی طرف کے داخلہ زاویہ

باہم دو قائموں کے برابر بنائے تو وہ  
خط مستقیم متوازی ہونگے۔

فرض کرو خط مستقیم  $EF$  دو مستقیم خطوں  $AB$  اور  $CD$  پر  
واقع ہو کر اپنی ایک ہی سمت میں زاویہ خارجہ  $H$  یا  $G$  کے مقابل  
کے زاویہ داخلہ  $E$  کے برابر پیدا کرتا ہے

یا ایک ہی طرف کے دو داخلہ زاویے  $E$  اور  $E$  باہم دو  
قائموں کے برابر بناتا ہے



چونکہ زاویہ  $H$  یا  $G$  زاویہ  $E$  کے برابر ہے (فرضاً)

اور زاویہ  $H$  یا  $G$  زاویہ  $E$  کے برابر ہے (م اش ۱۵)

اس لئے زاویہ  $E$  اور  $E$  کے برابر ہوا (علم ۲)

اور یہ زاویے متباد لے ہیں

اس لئے  $AB$  ج  $CD$  کا متوازی ہوا (م اش ۲۴)

اور چونکہ زاویے  $E$  اور  $E$  مل کر دو قائموں کے برابر  
ہیں (فرضاً)

اور زاویہ  $E$  اور  $E$  بھی مل کر دو قائموں کے

برابر ہیں (م اش ۱۳)

اس لئے زاویہ  $E$  اور  $E$  زاویوں  $E$  اور  $E$

کے برابر ہوئے (علم ۱)

ان میں سے زاویہ مشترک  $E$  کو نکالو

تو باقی زاویہ  $E$  باقی زاویہ  $E$  کے برابر رہا (علم ۳)

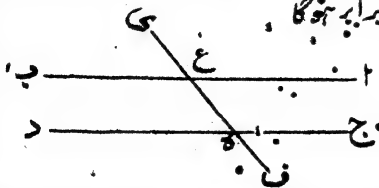
اور یہ زاوئے متبادلے ہیں  
 اس لئے آج د کا متوازی ہوا (م اش ۲۷)  
 پس اگر ایک خط مستقیم ہو اور مستقیم خطوں پر واقع ہو کہ... الخ  
 اور یہ مقصود تھا

## انتیسویں شکل - مسئلہ

اگر ایک خط مستقیم دو متوازی مستقیم  
 خطوں پر واقع ہو تو وہ خط متبادلے  
 زاوئے باہم برابر پیدا کرے گا اور اپنی  
 ایک ہی سمت میں زاویہ خارجہ مقابل  
 کے زاویہ داخلہ کے برابر بنائے گا اور ایک  
 ہی طرف کے دو داخلے زاوئے بھی دو  
 ٹائٹوں کے برابر پیدا کرے گا۔

فرض کرو خط مستقیم  $EF$  دو متوازی مستقیم خطوں  $AB$   
 اور  $CD$  پر واقع ہوتا ہے

تو متبادلے زاوئے  $\angle A$  کے اور  $\angle C$  کے آپس میں برابر ہونگے اور  
 خط  $EF$  کے ایک سمت میں زاویہ خارجہ  $\angle B$  کے مقابل کے  
 زاویہ داخلہ  $\angle D$  کے برابر ہونگا۔



اور ایک طرف کے دو  
 داخلے زاوئے  $\angle B$  کے  
 اور  $\angle D$  کے برابر ہونگے  
 ٹائٹوں کے برابر ہونگے

کیونکہ اگر زاویہ  $\angle$  زاویہ مستبادلہ  $\angle$  د کے برابر نہ ہو  
تو فرض کرو

$\angle$  سے بڑا ہے

چونکہ زاویہ  $\angle$  زاویہ  $\angle$  د سے بڑا ہے

ان غیر مساویوں پر زاویہ  $\angle$  زیادہ کرو

تو زاویے  $\angle$  اور  $\angle$  زاویوں  $\angle$  اور  $\angle$  د سے  
بڑے ہونگے (علم ۱)

مگر زاویہ  $\angle$  اور  $\angle$  دو قوائم کے برابر ہیں (م اش ۱۳)

اس لئے زاویہ  $\angle$  اور  $\angle$  دو قوائم سے کم ہونے

مگر جو دو خط مستقیم ایک اور خط مستقیم سے ایک ہی طرف

کے داخلے زاویے دو قوائم سے کم پیدا کریں پس اگر وہ

بڑھائے جائیں تو آپس میں مل جائیں گے (علم ۱۲)

اس لئے اگر خط مستقیم  $\angle$  اور  $\angle$  بڑھائے جائیں تو مل

جائیں گے مگر چونکہ یہ خط مستقیم متوازی ہیں (فرضاً)

اس لئے وہ ہرگز نہیں مل سکتے

اس واسطے زاویہ  $\angle$  زاویہ  $\angle$  د کے غیر مساوی نہیں

ہے

یعنی زاویہ  $\angle$  زاویہ  $\angle$  د کے برابر ہی ہے

مگر زاویہ  $\angle$  زاویہ  $\angle$  د کے برابر ہے (م اش ۱۵)

تو زاویہ  $\angle$  بھی زاویہ  $\angle$  د کے برابر ہے (علم ۱)

ان میں سے ہر ایک پر زاویہ  $\angle$  زیادہ کرو

تو زاویے  $\angle$  اور  $\angle$  زاویوں  $\angle$  اور  $\angle$  د کے

برابر ہونے (علم ۲) .  
 مگر غی غب اور ب غ ہ دو قائموں کے برابر ہیں (م اش ۱۳)  
 اس لئے زاوئے ب غ ہ اور غ ہ د بھی دو قائموں کے برابر ہوں گے  
 پس اگر ایک خط مستقیم دو متوازی مستقیم خطوں پر ..... الخ  
 اور یہی مقصود تھا ۔

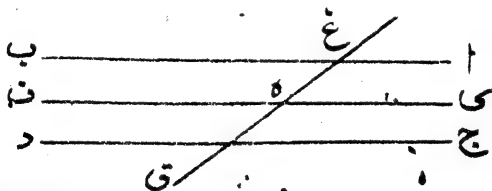
## تیسویں شکل - مسئلہ

جو مستقیم خط ایک ہی خط مستقیم  
 کے متوازی ہوں وہ آپس میں بھی

متوازی ہوتے ہیں

فرض کرو مستقیم خطوں اب اور ج دیں سے ہر ایک ہی ف  
 کے متوازی ہے

تو اب بھی ج د کے متوازی ہوگا



فرض کرو خط مستقیم غ ہ ق خطوں اب اور ج دیں سے ہر ایک ہی ف  
 سے تقاطع کرتا ہے  
 تو چونکہ غ ہ ق متوازی مستقیم خطوں اب اور ج سے  
 تقاطع کرتا ہے

تو زاویہ  $\angle$  غ  $\angle$  ق متبادلہ  $\angle$  ح کے برابر ہے (م ۱ ش ۲۹)  
اور چونکہ  $\angle$  ح  $\angle$  ق متوازی مستقیم خطوں  $\overline{HI}$  اور  $\overline{JG}$  کے  
لقاطع کرتا ہے

تو زاویہ خارجہ  $\angle$  ح  $\angle$  ق زاویہ داخلہ  $\angle$  ق کے برابر ہے (م ۱  
ش ۲۹)

اور پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ زاویہ  $\angle$  غ  $\angle$  ق زاویہ  $\angle$  ح کے  
برابر ہے

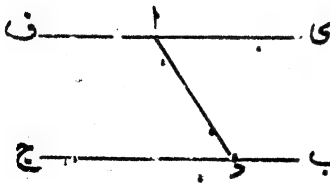
اس لئے زاویہ  $\angle$  غ  $\angle$  ق کے برابر ہوا  
اور یہ زاویے متبادلہ ہیں

اس لئے  $\overline{AB}$   $\parallel$   $\overline{DE}$  متوازی ہے (م ۱ ش ۳۴)

پس جو خط مستقیم ایک ہی خط مستقیم کے متوازی ہوں ..... الخ  
اور یہی مقصود تھا۔

## اکتیسویں شکل سوال

نقطہ مفروضہ سے ایک خط مستقیم  
کسی خط مستقیم مفروضہ کا متوازی  
کھینچو۔



فرض کرو نقطہ مفروضہ ہے  
اور  $\overline{AB}$  خط مستقیم مفروضہ  
ہم چاہتے ہیں کہ نقطہ  $A$  سے  
ایک خط مستقیم خط مستقیم  
مفروضہ  $\overline{AB}$  کا متوازی کھینچیں



خط  $\overline{بج}$  میں کوئی نقطہ نہ مقرر کرو اور  $\overline{اد}$  کو ملاؤ  
خط مستقیم  $\overline{اد}$  کے نقطہ  $\overline{ا}$  پر زاویہ  $\overline{دای}$  زاویہ  $\overline{ادج}$  کے برابر  
بناؤ (مش ۲۳)

اور خط مستقیم  $\overline{می}$  کو  $\overline{ف}$  تک بڑھاؤ

تو  $\overline{می}$   $\overline{ف}$   $\overline{بج}$  کا متوازی ہوگا  
چونکہ خط مستقیم  $\overline{اد}$  مستقیم خطوں  $\overline{می}$   $\overline{ف}$  اور  $\overline{بج}$  سے ملتا ہے  
اور متباد کے زاوئے  $\overline{می}$   $\overline{اد}$  اور  $\overline{ادج}$  آپس میں برابر پیدا  
کرتا ہے

اس لئے  $\overline{می}$   $\overline{ف}$   $\overline{بج}$  کا متوازی ہوا (مش ۲۴)  
ہیں نقطہ مفروضہ  $\overline{ا}$  سے خط مستقیم  $\overline{می}$   $\overline{ف}$  خط مستقیم مفروضہ  
 $\overline{بج}$  کا متوازی کچھ گیا  
اور یہی مطلوب تھا۔

## تیسویں شکل - مسئلہ

اگر کسی مثلث کا ایک ضلع بڑھایا جائے

تو زاویہ خارجہ مقابل کے دو داخلے

زاویوں کے برابر ہوگا اور ہر ایک

مثلث کے بیرونی داخلے زاوئے ملکہ

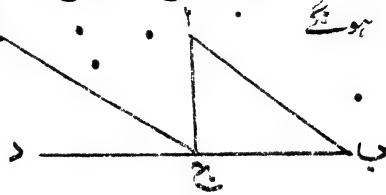
دو قائموں کے برابر ہوتے ہیں

فرض کرو  $\overline{اج}$  مثلث ہے جس کے تین ضلعوں میں سے

ایک ضلع  $\overline{بج}$  کو بڑھایا گیا ہے

تو زاویہ خارجہ  $\overline{اج}$  کے دو داخلے زاویوں  $\overline{ج}$   $\overline{اب}$  اور  $\overline{اج}$

کے برابر ہوگا  
اور تینوں داخلے زاویے  $\angle$  ا ب ج اور  $\angle$  ب ج ا اور  $\angle$  ج ا ب دو قائموں  
کے برابر ہونگے



نقطہ ج سے ج سی ب آکا متوازی کھینچو (م اش ۳۱)  
تو چونکہ ج سی ب آکا متوازی ہے  
اور آ ج ان دو نوے سے ملتا ہے

اس لئے زاویہ آ ج سی زاویہ متبادلہ ب ا ج کے برابر ہے  
(م اش ۲۸)

اور چونکہ ج سی ب آکا متوازی ہے  
اور ج ب د ان پر واقع ہوا ہے

تو زاویہ خارجہ ج سی ج د مقابل کے زاویہ داخلہ ا ب ج کے برابر  
ہے (م اش ۲۹)

مگر زاویہ آ ج سی زاویہ ب ا ج کے برابر ثابت ہو چکا ہے  
اس واسطے پورا زاویہ خارجہ آ ج د مقابل کے دو داخلہ زاویوں

ج ا ب اور ا ب ج کے برابر ہے (م ۲)

ان مساویوں پر زاویہ آ ج ب زیادہ کرو

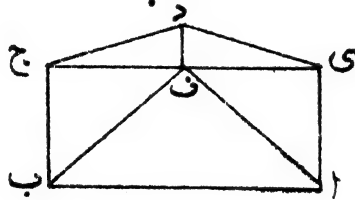
تو زاویے آ ج د اور ا ج ب تینوں زاویوں ج ا ب اور ا ب ج

اور آ ج ب کے برابر ہو گئے (م ۲)

مگر زاوئے آج د اور آج ب دو قائموں کے برابر ہیں (م ا س ۱۳)  
اس واسطے زاوئے ج آ ب اور آ ب ج اور آ ج ب بھی دو قائموں  
کے برابر ہوئے (علم ا)  
پس اگر کسی مثلث کا ایک ضلع بڑھایا جائے..... الخ  
اور یہی مقصود تھا۔

## پہلا حاصل

کسی شکل مستقیم الخطوط کے سب داخلے زاوئے مع ہا ر  
قائموں کے اُس کے ضلعوں کی تعداد سے دو چند قائموں کے برابر ہیں

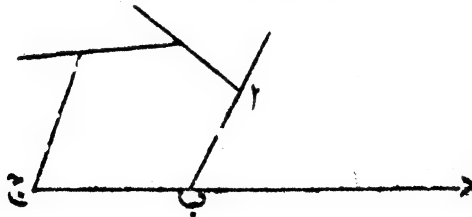


کیونکہ اگر کسی نقطہ سے جو شکل مستقیم الخطوط ا ب ج د ی  
کے اندر ہے خط مستقیم ہر ایک زاوئے تک پہنچے جائیں تو وہ اتنے  
ہو، مثلثوں میں جتنے اس کے: ضلع ہیں تقسیم ہو سکتی ہے۔  
چونکہ کسی مثلث کے تینوں داخلے زاوئے دو قائموں کے برابر ہیں  
پس اور اس شکل میں اتنے ہی مثلث ہیں جتنے اس کے ضلع  
ہیں اس لئے ان مثلثوں کے سب زارئے اس شکل کے ضلعوں  
کی تعداد سے دو چند قائموں کے برابر ہیں

مگر ان مثلثوں کے وہی زاوئے شکل کے داخلہ زاویوں اور ان  
 زاویوں کے جو نقطہ ف پر واقع ہیں برابر ہیں  
 اور نقطہ ف پر جو تمام مثلثوں کا راس مشترک ہے جتنے زاوئے  
 واقع ہیں چار قائموں کے برابر ہیں ہم حاصل ۲ میں (۱۰)  
 اس لئے ان مثلثوں کے وہی زاوئے شکل کے زاویوں اور  
 چار قائموں کے برابر ہیں  
 مگر پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ مثلثوں کے زاوئے اس شکل کے  
 ضلعوں کی تعداد سے دو چند قائموں کے برابر ہیں  
 اس لئے شکل کے سب زاوئے مع چار قائموں کے اس کے  
 ضلعوں کی تعداد سے دو چند قائموں کے برابر ہوئے ہیں

## دوسرا حاصل

کسی شکل مستقیم الخطوط کے کل خارجہ زاوئے جو ضلعوں کے  
 ایک ہی طرف بڑھانے سے پیدا ہوتے ہیں ملکر چار قائموں کے  
 برابر ہیں



چونکہ کوئی سا زاویہ داخلہ مثلاً ا ب ج سے زاوئے خارجہ متصلہ ا ب ج  
 کے دو قائموں کے برابر ہے ہم اس میں (۱۳)

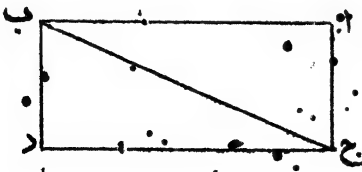
اس لئے شکل کے تمام داخلے زاوئے مع تمام خارجے زاویوں کے  
 اس کے ضلعوں کی تعداد سے دو چند قائموں کے برابر ہیں  
 مگر پہلے حاصل میں ثابت ہو چکا ہے کہ سب داخلے زاوئے مع  
 چار قائموں کے شکل کے ضلعوں کی تعداد سے دو چند قائموں  
 کے برابر ہیں

اس لئے تمام داخلے زاوئے مع تمام خارجے زاویوں کے تمام  
 داخلے زاویوں اور چار قائموں کے برابر ہیں (علم)  
 ان مساویوں میں سے تمام داخلے زاوئے نکالو  
 تو شکل کے سب خارجے زاوئے چار قائموں کے برابر رہے

## تینیسویں شکل - مسئلہ

جو خط مستقیم دو متساوی اور متوازی  
 مستقیم خطوں کی ایک طرف کی  
 حدود میں ملائے جائیں۔ وہ خود بھی  
 متساوی اور متوازی ہوتے ہیں۔

فرض کرو اب باورج د خط مستقیم متساوی اور متوازی ہیں  
 جن کی ایک طرف  
 میر خط مستقیم آج  
 اور ب د ملائے گئے  
 ہیں تو آج او ب د  
 متساوی اور متوازی  
 ہونگے



ب ج کو ملاؤ

تو چونکہ اب ج د کا متوازی ہے اور ب ج ان سے ملتا ہے  
اس لئے زاویہ اب ج زاویہ متبادلہ ب ج د کے برابر ہے  
(۲۹ اش)

اور چونکہ اب ج د کے برابر ہے اور ب ج دو مثلثوں اب ج  
اور د ج ب میں مشترک ہے

تو دو ضلع اب اور ب ج دو ضلعوں د ج اور ج ب کے اپنی  
اپنی نظیر کے برابر ہیں اور زاویہ اب ج زاویہ ب ج د کے برابر  
ثابت ہو چکا ہے

اس لئے قاعدہ آج قاعدہ ب د کے برابر ہوا (۳۰ اش) اور  
مثلث اب ج مثلث ب ج د کے

اور دونوں مثلثوں کے باقی زاوے جن کے مقابل برابر ضلع  
ہیں اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے

اس لئے زاویہ اب ج زاویہ ب د کے برابر ہوا  
اور چونکہ خط مستقیم ب ج دو مستقیم خطوں اب اور ب د

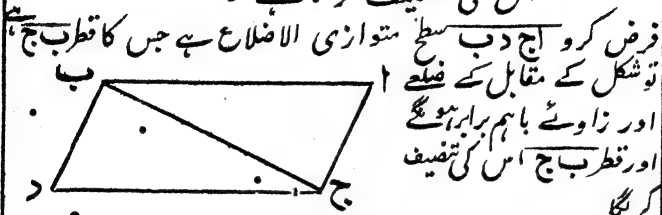
مگر متبادلے زاوے آج ب اور ج ب د باہم برابر پیدا کرتا ہے  
اس لئے آج ب د کا متوازی ہوا (۳۱ اش)

اور آج ب د کے برابر ثابت ہو چکا ہے  
لیں جو خط مستقیم دو متساوی اور متوازی مستقیموں کے

اور یہی مقصود تھا

## چونیتسویں شکل مسئلہ

سطح متوازی الاضلاع کے مقابل کے ضلع  
اور زاوئے باہم برابر ہوتے ہیں اور قطر  
اس کی تنصیف کرتا ہے۔



چونکہ ا ب ج د کا متوازی ہے اور ب ج ان سے ملتا ہے  
اس لئے زاویہ ا ب ج زاویہ متبادلہ ب ج د کے برابر ہے (م ۱  
ش ۲۹)

اور چونکہ ا ب ج د کا متوازی ہے اور ب ج ان سے ملتا ہے  
اس لئے زاویہ ا ج ب زاویہ متبادلہ ج ب د کے برابر ہے  
(م ۱ ش ۲۹)

اب چونکہ دو مثلثوں ا ب ج اور ج ب د میں ایک مثلث کے دو  
زاوئے ا ب ج اور ج ب د دونوں کے مثلث کے دو زاویوں ب ج د  
اور ج ب د کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں  
اور ایک ضلع ب ج جو ان مثلثوں کے برابر زاویوں کے متصل ہے  
ان میں مشترک ہے  
اس لئے ان کے باقی ضلع اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں

اور ایک مثلث کا تیسرا زاویہ دوسرے کے عکس زاویے کے برابر ہے (م اش ۲۶)

یعنی ضلع  $\overline{AB}$  ضلع  $\overline{BC}$  کے برابر ہے اور  $\angle B$  کے  
اور زاویہ  $\angle B$  اور زاویہ  $\angle C$  کے  
اور چونکہ زاویہ  $\angle B$  اور زاویہ  $\angle C$  کے برابر ہے  
اور زاویہ  $\angle B$  اور زاویہ  $\angle C$  کے

اس لئے پورا زاویہ  $\angle B$  پورے زاویے  $\angle C$  کے برابر ہے (علم ۲)  
اور زاویہ  $\angle B$  اور زاویہ  $\angle C$  کے برابر ثابت ہو چکا ہے  
پس سطح متوازی الاضلاع کے مقابل کے ضلع اور زاویے باہم برابر  
ہوئے

اور نظر  $\overline{BC}$  اس کی تنصیف بھی کرتا ہے  
چونکہ  $\angle B$  کے برابر ہے اور  $\overline{BC}$  مشترک ہے  
تو دو ضلع  $\overline{AB}$  اور  $\overline{BC}$  دو ضلعوں  $\overline{BC}$  اور  $\overline{BC}$  کے اپنی اپنی  
نظیر کے برابر ہیں

اور زاویہ  $\angle B$  اور زاویہ  $\angle C$  کے برابر ثابت ہو چکا ہے  
اس لئے مثلث  $\triangle ABC$  مثلث  $\triangle BCB$  کے برابر ہوا (م اش ۲۶)

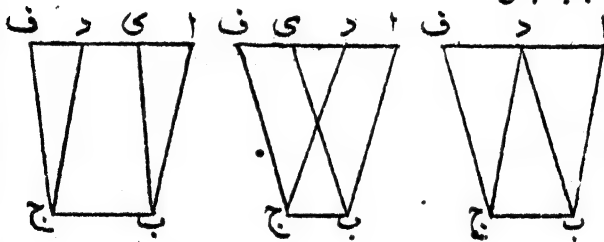
پس قطر  $\overline{BC}$  نے سطح متوازی الاضلاع  $\overline{ABCD}$  کی تنصیف  
کر دی  
اور یہی مقصود تھا۔



## پننٹیسوں شکل مسئلہ

جو متوازی الاضلاع سطحیں ایک ہی قاعدے پر ایک ہی متوازی خطوں کے درمیان واقع ہوں وہ باہم برابر ہوتی ہیں۔

فرض کرو متوازی الاضلاع سطحیں ا ب ج د اور ی ج ف ا ایک ہی قاعدہ ب ج پر اور ایک ہی متوازی خطوں ا ف اور ی ج کے درمیان واقع ہیں  
تو سطح متوازی الاضلاع ا ب ج د سطح متوازی الاضلاع ی ج ف ا کے برابر ہوگی



اگر سطح متوازی الاضلاع ا ب ج د اور ی ج ف ا کے ضلع ا د اور ی ف جو قاعدہ ب ج کے مقابل ہیں ایک ہی نقطہ د پر منتہی ہوں تو ظاہر ہے کہ ان متوازی الاضلاع سطحوں میں سے ہر ایک مثلث ب ج د سے دو چند ہے۔  
اس لئے سطح متوازی الاضلاع ا ب ج د سطح متوازی الاضلاع ی ج ف ا کے برابر ہے (علم ۶)۔

لیکن اگر فیصلے آد اور ہی ف جو قاعدہ ب ج کے مقابل میں ایک

ہی نقطہ پر منتہی نہ ہوں

تو چونکہ آ ب ج د سطح متوازی الاضلاع ہے۔

اس لئے آد ب ج کے برابر ہے (م اش ۳۴)

اور اسی طرح سے ہی ف ب ج کے برابر ہے

اس لئے آد ہی ف کے برابر ہے (علم ۱)

اور د ہی مشترک ہے

اس لئے پو، ایاباتی آ ہی پورے یا باقی د ف کے برابر ہے

(علم ۲ یا ۳)

اور آ ب د ج کے برابر ہے (م اش ۳۴)

تو چونکہ مثلثوں ہی آ ب اور ف د ج میں ف د ہی آ کے برابر ہے

اور د ج آ ب کے

اور خارجہ زاویہ ف د ج مقابل کے داخلے زاوے ہی آ ب کے برابر

ہے (م اش ۲۹)

اس لئے قاعدہ ف ج قاعدہ ہی ب کے برابر ہے (م اش ۴)

اور مثلث ف د ج مثلث ہی آ ب کے برابر ہے

شکل منہوف آ ب ج ف میں سے مثلث ف د ج نکالو

اور اسی منہوف میں سے مثلث ہی آ ب نکالو

تو باقی برابر رہے (علم ۳)

اس لئے سطح متوازی الاضلاع آ ب ج د سطح متوازی الاضلاع

ہی ب ج ف کے برابر ہوئی

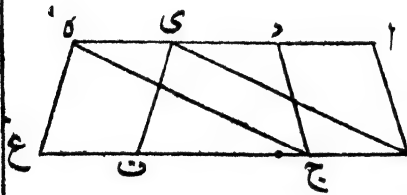
پس جو متوازی الاضلاع سطحیں..... الخ

اور یہی مقصود تھا۔

## پچیسویں شکل - مسئلہ

جو متوازی الاضلاع سطحیں برابر  
قاعدوں پر ایک ہی متوازی خطوں  
کے درمیان واقع ہوں وہ باہم برابر  
ہوتی ہیں۔

فرض کرو سطحیں  $ABCD$  اور  $EFGH$  برابر قاعدوں  $BC$  اور  $FG$  پر ایک ہی متوازی خطوں  $AD$  اور  $EH$  کے درمیان واقع ہیں



تو سطح متوازی الاضلاع  
 $ABCD$  سطح متوازی الاضلاع  
 $EFGH$  کے برابر  
ہوگی

بہی اور  $CH$  کو ملاؤ۔

تو چونکہ  $BC$   $FG$  کے برابر ہے (فرضاً)

اور  $CH$   $EH$  کے (مساوی ۳)

اس لئے  $ABCD$   $EFGH$  کے برابر ہے (علم)

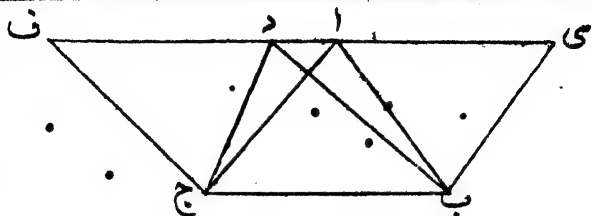
اور یہ خط متوازی ہیں اور ان کی ایک طرف میں خط مستقیم  
بہی اور  $CH$  ملائے گئے ہیں۔

لیکن جو خط مستقیم دو متساوی اور متوازی مستقیم خطوں کے ایک  
ایک طرف کی حدوں سے ملائے جائیں وہ خود بھی متساوی اور متوازی

ہوتے ہیں (م ا ش ۳۳)  
 اس لئے بی اور ج کے متساوی اور متوازی ہیں  
 اور بی بج کے سطح متوازی الاضلاع ہے (مدا)  
 تو چونکہ متوازی الاضلاع سطحیں ابج اور بی بج کے ایک ہی  
 قاعدہ بج پر ایک ہی متوازی خطوں بج اور اھ کے درمیان  
 واقع ہیں  
 اس لئے سطح متوازی الاضلاع ابج د سطح متوازی الاضلاع  
بی بج کے برابر ہے (م ا ش ۳۵)  
 اسی طرح سے سطح متوازی الاضلاع بی فغ کے سطح متوازی الاضلاع  
بی بج کے برابر ہے  
 اس لئے سطح متوازی الاضلاع ابج د سطح متوازی الاضلاع  
بی فغ کے برابر ہوئی  
 پس جو متوازی الاضلاع سطحیں ..... الخ  
 اور یہی مقصود تھا۔

## سینتیسویں شکل - مسئلہ

جو مثلث ایک ہی قاعدے پر ایک  
 ہی متوازی خطوں کے درمیان واقع  
 ہوں وہ باہم برابر ہوتے ہیں  
 فرض کرو مثلث ابج اور دبج ایک ہی قاعدہ بج پر  
 ایک ہی متوازی خطوں اد اور بج کے درمیان واقع ہیں  
 تو مثلث ابج مثلث دبج کے برابر ہوگا



اد کو دو نو طرف نقطوں می اور ف تک بڑھاؤ

نقطہ ب سے ب می ج ا کا متوازی

اور نقطہ ج سے ج ف ب د کا متوازی کھینچو (م اش ۳۱)  
تو شکلوں جی ب ج ا اور د ب ج ف میں سے ہر ایک متوازی  
الاضلاع ہے اور می ب ج ا د ب ج ف کے برابر ہے (م اش ۳۵)

کیونکہ وہ ایک ہی قاعدہ ب ج پر ایک ہی متوازی خطوں ب ج  
اور می ف کے درمیان واقع ہیں

اور چونکہ قطر ا ب سطح متوازی الاضلاع می ب ج ا کی تنصیف  
کرتا ہے

اس لئے مثلث ا ب ج سطح متوازی الاضلاع می ب ج ا کا نصف  
ہے (م اش ۳۲)

اور چونکہ قطر د ج سطح متوازی الاضلاع د ب ج ف کی تنصیف  
کرتا ہے

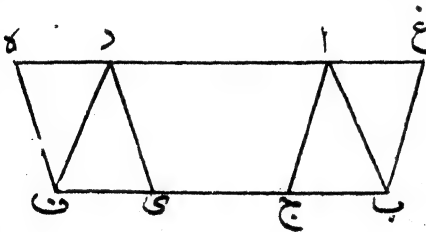
اس لئے مثلث د ب ج سطح متوازی الاضلاع د ب ج ف کا  
نصف ہے

مگر برابر چیزوں کے نصف برابر ہوتے ہیں (علم)۔  
 اس لئے مثلث ا ب ج مثلث د ب ج کے برابر ہے  
 پس جو مثلث ایک ہی قاعدے پر..... الخ  
 اور یہی مقصود تھا۔

## ارتبیوں شکل مسئلہ

جو مثلث برابر قاعدوں پر ایک ہی  
 متوازی خطوں کے درمیان واقع ہوں  
 وہ باہم برابر ہوتے ہیں۔

فرض کرو مثلث ا ب ج اور د ب ج برابر قاعدوں ب ج اور  
ب ج پر ایک ہی متوازی خطوں ب ف اور ا د کے درمیان  
 واقع ہیں



تو مثلث ا ب ج  
 مثلث د ب ج  
 کے برابر ہوگا

ا د کو نقطوں غ اور ہ تک دونوں طرف بڑھاؤ

ا نقطہ ب سے ب غ ج ا کا متوازی  
 اور نقطہ ف سے ف ہ د ا کا متوازی کھینچو (م اش ۳۱)  
 تو شکلوں غ ب ج ا اور د ب ج ف میں سے ہر ایک متوازی الاضلاع  
 ہے

اور چونکہ وہ برابر قاعدون  $\overline{بج}$  اور  $\overline{سی ف}$  پر ایک ہی متوازی  
خطوں  $\overline{ب ف}$  اور  $\overline{خ ه}$  کے درمیان واقع ہیں

اس لئے باہم برابر ہیں (دم اش ۳۶)  
اور چونکہ قطر  $\overline{آب}$  سطح متوازی الاضلاع  $\overline{بج}$  کی تنصیف  
کرتا ہے

اس لئے مثلث  $\overline{آبج}$  سطح متوازی الاضلاع  $\overline{بج}$  کا نصف  
ہے (دم اش ۳۷)

اور چونکہ قطر  $\overline{د ف}$  سطح متوازی الاضلاع  $\overline{د سی ف}$  کی تنصیف  
کرتا ہے

اس لئے مثلث  $\overline{د سی ف}$  سطح متوازی الاضلاع  $\overline{د سی ف}$  کا نصف  
ہے

مگر برابر چیزوں کے نصف برابر ہوتے ہیں (علم ۷)

اس لئے مثلث  $\overline{آبج}$  مثلث  $\overline{د سی ف}$  کے برابر ہے

پس جو مثلث برابر قاعدوں پر ..... الخ  
اور یہی مقصود تھا۔

## انتالیسویں شکل - مسئلہ ۱

جو برابر مثلث ایک ہی قاعدے پر ایک

ہی طرف واقع ہوں وہ ایک ہی متوازی

خطوں کے درمیان ہونگے۔

فرض کرو برابر مثلث  $\overline{آبج}$  اور  $\overline{د ب ج}$  ایک ہی قاعدہ  $\overline{بج}$   
پر اس کی ایک ہی طرف واقع ہیں

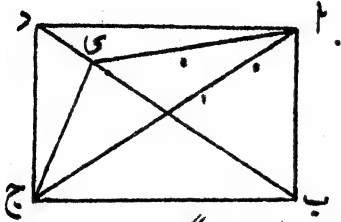
تو مثلث آبج

اور دبج

ایک ہی متوازی

خطوں کے درمیان

ہونگے



آد کو ملاؤ تو آدبج کا متوازی ہوگا

کیونکہ اگر وہ اس کا متوازی نہ ہو

تو نقطہ آ سے ای جو ب د با ب د بڑھائے ہوئے سے نقطہ ہی

پر لے بج کا متوازی کھینچو (م اس ۳۱)

اور ہی ج کو ملاؤ

تو مثلث آبج مثلث ہی ب ج کے برابر ہے (م اس ۳۲)

کیونکہ وہ ایک ہی قاعدہ بج پر ایک ہی متوازی خطوں بج

اور آ ہی کے درمیان واقع ہیں

لہٰذا مثلث آبج مثلث دبج کے برابر ہے (فرضاً)

اس لئے مثلث دبج مثلث ہی ب ج کے برابر ہوا

یعنی بڑا مثلث چھوٹے مثلث کے برابر ہوا

اور یہ غیر ممکن ہے

۳۱) لئے آ ہی بج کا متوازی نہیں ہے

اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ آد کے سوا کوئی اور خط بج

کا متوازی نہیں ہو سکتا

اس لئے آد ہی بج کا متوازی ہوا

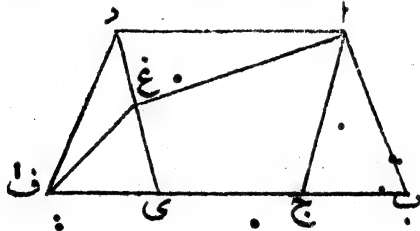


ہیں جو برابر مثلث ایک ہی قاعدے پر ..... الخ  
اور یہی مقصود تھا۔

## چالیسویں شکل مسئلہ

جو برابر مثلث برابر قاعدوں پر کہ  
ایک ہی خط مستقیم میں ہیں ایک ہی  
سمت میں واقع ہوں وہ ایک ہی  
متوازی خطوں کے درمیان ہوں گے۔

فرض کرو برابر مثلث  $ABC$  دی  $BC$  برابر قاعدوں  $BC$  اور  
 $EF$  پر کہ ایک ہی خط  $BF$  میں ہیں ایک ہی سمت میں  
واقع ہیں  
تو وہ ایک ہی متوازی خطوں کے درمیان ہوں گے



ادھر ملاحظہ تو  $ABF$  کا متوازی ہوگا

کیونکہ اگر وہ اس کا متوازی نہ ہو

تو نقطہ  $G$  سے  $AC$  جو  $BF$  دیا  $AC$  دھکے ہوئے سے  $AC$  پر  
لگتا ہے  $BF$  کا متوازی کہیںچو (ہم اس ۳۱)

اور سطح کو ملاؤ

تو مثلث  $ABC$  مثلث  $DEF$  کے برابر ہے (م ۱۸، ۳۸) اس لیے  
کیونکہ وہ برابر قاعدوں  $BC$  اور  $EF$  پر ایک ہی متوازی خطوط

باف اور  $AC$  کے درمیان واقع ہیں

لیکن مثلث  $ABC$  مثلث  $DEF$  کے برابر ہے (فرضاً)

اس لیے مثلث  $DEF$  مثلث  $ABC$  کے برابر ہے (علم ۱)

یعنی بڑا مثلث چھوٹے مثلث کے برابر ہے

اور یہ غیر ممکن ہے

اس واسطے  $ABC$  با  $DEF$  کا متوازی نہیں ہے

اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ آدھے سوا کوئی اور خط اس

کا متوازی نہیں ہو سکتا

اس لیے آدھی با  $DEF$  کا متوازی ہوا

پس جو برابر مثلث برابر قاعدوں پر ..... الخ

اور یہی مقصود تھا۔

## اکتالیسویں شکل مسئلہ

اگر ایک سطح متوازی الاضلاع  $ABCD$  پر ایک

مثلث  $AEF$  ہی قاعدے پر ایک ہوا

متوازی خطوط کے درمیان واقع ہو

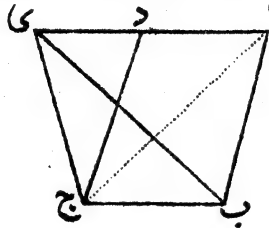
تو سطح متوازی الاضلاع  $ABCD$  سے

دو چند ہوں۔

ایک

فرض کرو سطح متوازی الاضلاع  $ABCD$  اور مثلث  $AEF$  با  $EF$

ہی قاعدہ  $\overline{باج}$  پر ایک ہی متوازی خطوں  $\overline{بج}$  اور  $\overline{آی}$  کے درمیان واقع ہیں  
تو سطح متوازی الاضلاع  $\overline{آبج}$  د مثلث  $\overline{بیج}$  سے دو چند ہوگی



آج کو ملاؤ

تو مثلث  $\overline{آبج}$  د مثلث  $\overline{بیج}$  کے برابر ہے (م ۱ ش ۳۷)  
کیونکہ وہ ایک ہی قاعدہ  $\overline{بج}$  پر ایک ہی متوازی خطوں  $\overline{باج}$  اور  $\overline{آی}$  کے درمیان واقع ہیں  
لیکن سطح متوازی الاضلاع  $\overline{آبج}$  د مثلث  $\overline{آبج}$  سے دو چند ہے  
کیونکہ قطر آج اس کی تقصیف کرتا ہے (م ۱ ش ۳۸)  
اس لئے  $\overline{آبج}$  د مثلث  $\overline{بیج}$  سے بھی دو چند ہے  
پس اگر سطح متوازی الاضلاع ..... الخ  
اور یہی مقصود تھا۔

## نیا لیسویں: شکل سواں

ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع بناؤ جو  
ایک مثلث مفروض کے برابر ہو اور  
جس کا ایک زاویہ مسقطہ الخطين

مفروضہ کے برابر ہو۔

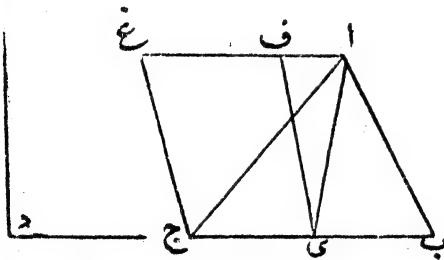
فرض کرو  $\triangle ABC$  مثلث مفروض ہے

اور  $\angle A$  زاویہ مستقیمہ المظہین مفروضہ

ہم چاہتے ہیں کہ ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع بنائیں جو

مفروض  $\triangle ABC$  کے برابر ہو

اور جس کا ایک زاویہ  $\angle C$  کے برابر ہو



نقطہ  $E$  پر  $\triangle ABC$

کی تقصیف کرو

(م اش ۱۰)

اور  $AE$  کو ملاؤ

خط مستقیم  $AE$  کے نقطہ  $E$  پر زاویہ  $\angle C$  زاویہ  $\angle C$  کے برابر

بناؤ (م اش ۲۳)

نقطہ  $E$  سے  $AE$  کا متوازی کھینچو (م اش ۳۱)

اور نقطہ  $E$  سے  $AE$  کا متوازی کھینچو

تو شکل  $AEFG$  متوازی الاضلاع ہے (م حد ۱)

چونکہ مثلث  $ABC$  اور  $AEF$  برابر قاعدوں  $BC$  اور  $EF$  پر

پر ایک ہی متوازی خطوں  $BC$  اور  $EF$  کے درمیان واقع

ہیں

اس لئے وہ باہم برابر ہیں (م اش ۳۸)

اس لئے مثلث اب ج مثلث ا ب ج سے دو چند ہے  
لیکن سطح متوازی الاضلاع ف ی ج ع مثلث ا ب ج سے دو چند  
ہے (دیکھو) ۱۴

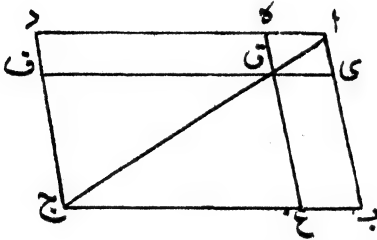
کیونکہ وہ ایک ہی قاعدہ یعنی ج پر ایک ہی متوازی خطوں ی ج  
اور ا ب کے درمیان واقع ہیں  
اس لئے شکل متوازی الاضلاع ف ی ج ع مثلث اب ج کے برابر

ہے (علم) ۱۵  
اور اس کا ایک زاویہ ج ی ف زاویہ مفروضہ د کے برابر ہے  
پس ف ی ج ع ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع بن گئی جو  
مفروض اب ج کے برابر ہے اور جس کا ایک زاویہ ج ی ف  
زاویہ مفروضہ د کے برابر ہے  
اور یہی مطلوب تھا ۱۶

## تینتا لیسویں شکل - مسئلہ

جو متوازی الاضلاع سطحیں کسی  
متوازی الاضلاع کے قطر کے گرد ہوں  
ان کے متجم باہم برابر ہوتے ہیں -  
فرض کہ دو آج د سطح متوازی الاضلاع ہوں جس کا قطر ا ج  
اور ا ب ہے اور د سطح متوازی الاضلاع ہے جس کا قطر ا ج  
ہے  
یہی ایسی متوازی الاضلاع سطحیں ہیں جن کے وسطاں ا ج

گزر رہا ہے  
اور باقی اور قی د باقی متوازی الاضلاع سطحیں ہیں جو کل شکل  
(ابج د کو تمام کرتی ہیں اور اسی سبب سے متمم کہلاتی ہیں تو  
متمم باقی متمم  
قی د کے برابر ہوگا

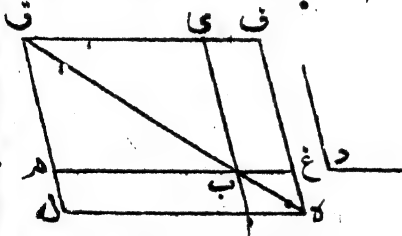


جو کچھ اب ج د متوازی الاضلاع ہے اور آج اس کا قطر ہے  
اس لئے مثلث اب ج مثلث آد ج کے برابر ہے (م اش ۳۴)  
اور جو کچھ اسی قی د متوازی الاضلاع ہے  
اس لئے مثلث اسی قی د مثلث آہ قی کے برابر ہے (م اش ۳۴)  
اور اسی طرح سے مثلث قی ع ج مثلث قی ف ج کے برابر ہے  
اس لئے دو مثلث اسی قی د اور قی ع ج دو مثلثوں (آہ قی اور  
قی ف ج) کے برابر ہیں (علم ۲)  
لیکن پورا مثلث اب ج پورے مثلث آد ج کے برابر ہے  
اس لئے باقی متمم باقی باقی متمم قی د کے برابر رہا  
پس جو متوازی الاضلاع سطحیں ..... الخ  
اور یہی مقصود تھا یہ

# چوالیسویں شکل - سوال

ایک خط مستقیم مفروض پر ایسی سطح متوازی الاضلاع بناؤ جو مثلث مفروض کے برابر ہو اور جس کا ایک زاویہ زاویہ مستقیمہ المخطین مفروضہ کے برابر ہو۔

فرض کرو اب خط مستقیم مفروض ہے اور ج مثلث مفروض اور د زاویہ مستقیمہ المخطین مفروضہ ہم چاہتے ہیں کہ خط مستقیم اب پر ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع بنائیں جو مثلث ج کے برابر ہو اور جس کا ایک زاویہ د کے برابر ہو۔



ایک سطح متوازی الاضلاع ب ہی ف ج جو مثلث ج کے برابر ہو اور جس کا زاویہ ب ہی د کے برابر ہو بناؤ دم

ش ۴۲) اس طرح کہ ب ہی اور آ ب سیدھ میں واقع ہوں

ف غ کو ہ ایک بڑھاؤ نقطہ آ سے ہ ب غ پائی ب کا متوازی کھینچو (م اش ۳۱) اور ہ ب کو ملاؤ

تو چونکہ خط مستقیم  $h$  ف خطوں متوازی  $h$  اور  $h$  ف پر واقع

ہوا ہے  
اس لئے زاویئے  $h$  اور  $h$  ف ہی بلکہ دو قائموں کے برابر  
ہیں (م اش ۲۹)

اس واسطے زاویئے  $h$  اور  $h$  ف دو قائموں سے کم ہیں  
لیکن اگر ایک خط مستقیم دو مستقیم خطوں پر اس طرح سے واقع  
ہو کہ ایک ہی طرف کے دو داخلے زاویئے دو قائموں سے کم  
پیدا کرے تو وہ دو لاخط مستقیم بڑھانے سے مل جائینگے (علم ۱۲)

اس واسطے  $h$  اور  $h$  ف بڑھانے سے مل جائینگے  
فرض کرو کہ بڑھائے جانے سے  $h$  ف پر ملیں  
نقطہ  $h$  سے  $h$  ف ای  $h$  ف کا متوازی کھینچو (م اش ۳۱)  
اور  $h$  اور  $h$  ف کو یہاں تک بڑھاؤ کہ  $h$  ف سے نقطہ  $h$

اور  $h$  ف پر ملیں  
تو  $h$  ف  $h$  ف متوازی الاضلاع ہے جس کا قطر  $h$  ف ہے  
اور  $h$  اور  $h$  ف  $h$  ف کے گرد کی متوازی الاضلاع سطحیں

ہیں اور  $h$  اور  $h$  ف متعم ہیں  
اس لئے متعم  $h$  اور  $h$  ف متعم  $h$  ف کے برابر ہے (م اش ۲۳)  
لیکن متعم  $h$  اور  $h$  ف مثلث  $h$  کے برابر ہے (علم ۱)

اس لئے  $h$  اور  $h$  ف مثلث  $h$  کے برابر ہے  
اور چونکہ زاویہ  $h$  ف ہی زاویہ  $h$  ف کے برابر ہے (م اش ۲۱)

اور زاویہ  $h$  کے بھی برابر ہے (علم ۱)



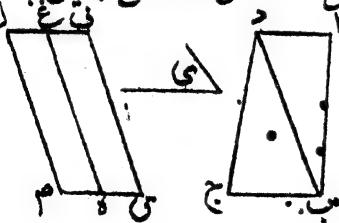
اس لئے زاویہ اب م زاویہ د کے برابر ہوا (علم ا)  
 پس خط مستقیم اب پرل با ایسی سطح متوازی الاضلاع بن  
 گئی جو مثلث ج کے برابر ہے اور جس کا زاویہ اب م زاویہ  
 د کے برابر ہے  
 اور یہی مطلوب تھا۔

## پیتالیسویں شکل - سوال

ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع  
 بناؤ جو شکل مستقیمہ المخطوط مفروض  
 کے برابر ہو اور جس کا ایک زاویہ  
 زاویہ مستقیمہ المخطین مفروضہ کے  
 برابر ہو۔

فرض کرو اب ج د شکل مستقیم المخطوط مفروض ہے اور  
 زاویہ مستقیمہ المخطین مفروضہ

ہم چاہتے ہیں کہ ایسی سطح متوازی الاضلاع بنائیں جو شکل  
 کے برابر ہو اور  
 جس کا ایک زاویہ  
 زاویہ ہی کے برابر  
 ہو



د ب کے ملاؤ  
 ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع ف بناؤ جو مثلث ل د ب کے

برابر ہو اور جس کا ایک زاویہ  $\angle ق ق$  کا زاویہ ہی کے برابر ہو (د م ۱۲)

خط مستقیم  $\angle ق$  پر ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع  $\angle ق$  م بناو جو مثلث  $\angle ق ق$  کے برابر ہو اور جس کا زاویہ  $\angle ق$  م کا زاویہ ہی کے برابر ہو (د م ۱۲)

تو شکل  $\angle ق ق$  م ل ویسی ہی سطح متوازی الاضلاع ہو گی جیسی مطلوب ہے

چونکہ زاویہ ہی زاویوں  $\angle ق ق$  کا اور  $\angle ق$  م میں سے ہر ایک کے برابر ہے

اس لئے زاویہ  $\angle ق ق$  کا زاویہ  $\angle ق$  م کے برابر ہے

ان مساویوں پر زاویہ  $\angle ق ق$  کا  $\angle ق$  زیادہ کرو تو زاویہ  $\angle ق ق$  کا اور  $\angle ق$  کا  $\angle ق$  اور  $\angle ق$  م کے برابر ہوئے

لیکن  $\angle ق ق$  کا اور  $\angle ق$  کا دو قوائم کے برابر ہیں (د م ۱۲)

اس لئے  $\angle ق ق$  کا اور  $\angle ق$  کا بھی دو قوائم کے برابر ہیں اور چونکہ دو خط مستقیم  $\angle ق$  کا اور  $\angle ق$  م خط مستقیم  $\angle ق$  کے نقطہ کے پر مقابل سمتوں سے ملکر متعلقہ زاویے دو قوائم کے برابر پیدا کرتے ہیں

اس لئے  $\angle ق ق$  کا اور  $\angle ق$  م سیدہ من ہیں (د م ۱۲) اور چونکہ  $\angle ق$  کا  $\angle ق$  متوازی خطوط  $\angle ق ق$  اور  $\angle ق$  سے ملتا ہے

اس لئے زاویہ م ہ غ زاویہ متبادلہ کا غ ف کے برابر ہے  
(د م اش ۲۹)

ان مساویوں پر زاویہ، غ خ ل زیادہ کرو  
تو زاویے م ہ غ اور کا غ ل زاویوں کا غ ف اور کا غ ل  
کے برابر ہوئے

لیکن زاویے م ہ غ اور کا غ ل دو قائموں کے برابر ہیں  
(د م اش ۲۹)

اس لئے زاویے کا غ ف اور کا غ ل بھی دو قائموں کے  
برابر ہوئے

اور اسی سبب سے ف غ اور غ ل سیدھے میں ہوئے  
(د م اش ۱۲)

اور چونکہ ق ف ہ غ کا اور کا غ م ل کا متوازی ہے  
اس لئے ق ف م ل کا متوازی ہوا (د م اش ۳۰)

اور ق م ف ل کا متوازی ثابت ہو چکا ہے

اس لئے شکل ق ق م ل متوازی الاضلاع ہے

اور چونکہ مثلث اب د سطح متوازی الاضلاع کا ف کے

اور مثلث ب د ج متوازی الاضلاع ع م کے برابر ہوئے

اس لئے پوری شکل مستقیم الخطوط اب ج د پوری سطح متوازی الا

ق ق ل م کے برابر ہوئی

پس ق ق ل م ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع بن گئی جسکی

مستقیم الخطوط بفروض اب ج د کے برابر ہے اور جس کا زاویہ

ق ق م زاویہ مقروضہ ہی کے برابر ہے

اور یہی مطلوب تھا۔

## حاصل

بیان گزشتہ سے خط مستقیم مفروض پر بھی ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع کے بنانے کا طریق معلوم ہو گیا جس کا ایک زاویہ زاویہ مستقیمہ الخطین مفروضہ کے برابر ہو اور جو خود شکل مستقیمہ کے برابر ہو

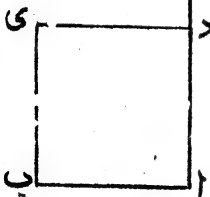
یعنی خط مفروض پر ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع بناؤ جو پہلے مثلث یعنی آب د کے برابر ہو اور جس کا ایک زاویہ زاویہ مفروضہ کے برابر ہو..... الخ

## چھیا لیسویں شکل سوال

خط مستقیم مفروض پر مربع بناؤ

ج

فرض کرو آب خط مستقیم مفروض ہو  
ہم جانتے ہیں آب پر مربع بنائیں



نقطہ آ سے آج آب پر  
قائے بناتا ہو اکیسویں

(د م ا ش ۱۱)

آد آب کے برابر بناؤ (د م ا ش ۱۲)

نقطہ د سے دی آب کستواری کھینچو (م اش ۳۱)  
 اور نقطہ ب سے بی اد کا متوازی کھینچو  
 اس لئے آب بی د سطح متوازی الاضلاع ہے  
 اس واسطے آب دی کے برابر ہے اور اد بی کے (م اش ۳۲)

مگر ب ا د کے برابر ہے  
 اس لئے چاروں خط ب ا اور اد اور دی اور بی متساوی  
 برابر ہیں

اور متوازی الاضلاع اد بی ب متعاوی الاضلاع ہے  
 اور اس کے سب زاوے بھی قائم ہیں  
 چونکہ اد متوازی خطوں آب اور دی سے ملتا ہے  
 اس لئے زاوے ب ا د اور ا دی دو قائموں کے برابر ہیں  
 (م اش ۳۹)

لیکن ب ا د قائم ہے (علا)  
 اس لئے اد بی بھی قائم ہوا  
 لیکن سطح متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاوے برابر ہوتے  
 ہیں (م اش ۳۴)  
 اس لئے مقابل کے زاویوں اب بی اور ب بی دیں سے  
 برابر قائم ہے

اس لئے شکل اد بی با قائم الزوایا ہے  
 اور یہ ثابت ہو چکا ہے کہ وہ متساوی الاضلاع بھی ہے  
 پس شکل اد بی مربع ہے (حد ۳۰)

اور یہی مطلوب تھا۔

## حاصل

بیان گذشتہ سے خط مستقیم مفروض پر بھی ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع کے بنانے کا طریق معلوم ہو گیا جس کا ایک زاویہ زاویہ مستقیمہ الخلیلین مفروضہ کے برابر ہو اور جو خود شکل مستقیم کے برابر ہو۔

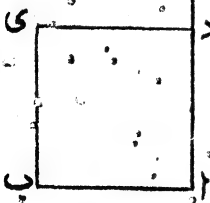
یعنی خط مفروض پر ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع بناؤ جو پہلے مثلث یعنی اب دیکھو برابر ہو اور جس کا ایک زاویہ زاویہ مفروضہ کے برابر ہو۔ ..... الخ

## پچھیا لیسویں شکل سوال

خط مستقیم مفروض پر مربع بناؤ

ج

فرض کرو اب خط مستقیم مفروض ہو  
ہم جانتے ہیں اب پر مربع بنائیں



نقطہ د سے آج اب پر  
قائم بناتا ہو! کھینچو  
(د م اش ۱۱)

اد اب کے برابر بناؤ (د م اش ۳)

نقطہ د سے دبی آب کشتواری کھینچو (م اش ۳۱)  
 اور نقطہ ب سے بی اد کا متوازی کھینچو  
 اس لئے آب بی د سطح متوازی الاضلاع ہے  
 اس واسطے آب دبی کے برابر ہے اور اد بی کے (م اش ۳۲)

مگر ب ا د کے برابر ہے  
 اس لئے چاروں خط ب ا اور اد اور دبی اور بی با ہم  
 برابر ہیں

اور متوازی الاضلاع اد بی ب متساوی الاضلاع ہے  
 اور اس کے سب زاوے بھی قائم ہیں  
 چونکہ اد متوازی خطوں آب اور دبی سے ملتا ہے  
 اس لئے زاوے ب ا د اور ا د بی دو قائموں کے برابر ہیں  
 (م اش ۲۹)

لیکن ب ا د قائمہ ہے (علا)  
 اس لئے اد بی بھی قائمہ ہوا  
 لیکن سطح متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاوے برابر ہوتے  
 ہیں (م اش ۳۲)

اس لئے مقابل کے زاویوں اب بی اور ب بی دیں سے  
 برابر قائمہ ہے

اس لئے شکل اذ بی با قائم الزوایا ہے  
 اور یہ ثابت ہو چکا ہے کہ وہ متساوی الاضلاع بھی ہے  
 پس شکل اد بی مربع ہے (حد ۳۰)

اور وہ خط مستقیم اب پر بن گیا ہے  
اور یہی مطلوب تھا۔

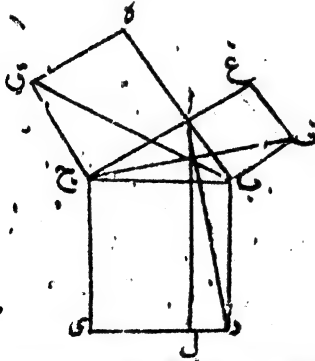
## حاصل

جس سطح متوازی الاضلاع کا ایک زاویہ قائمہ ہو اس کے  
سب زاوئے قائمے ہوتے ہیں

## سینتالیسویں شکل مسئلہ

کسی مثلث قائم الزاویہ میں اس ضلع  
کا مربع جو قائمے کے مقابل ہے ان  
ضلعوں کے مربعوں کے برابر ہوتا ہے  
جو قائمے کے محیط ہیں

فرض کرو اب ج مثلث قائم الزاویہ ہے جس کا زاویہ باج  
قائمہ ہے



تو ضلع ب ج کا مربع  
ضلعوں ب ا اور ا ج  
کے مربعوں کے برابر  
ہوگا۔



سج پر مربع بادی سج بناؤ (م اش ۴۶)  
 اور ب ا اور آج پر مربع غ ب اور کج بناؤ  
 نقطہ آ سے ال خط مستقیم ب د یا ج ہی کا متوازی کھینچو (م اش ۳۱)

اور آ د اور ف ج کو ملاؤ  
 چونکہ زاویہ ب ا ج قائمہ ہے (فرضاً)  
 اور زاویہ ب ا ع بھی قائمہ ہے (حد ۳۰)  
 تو خط مستقیم آج اور آ غ خط مستقیم اب کے نقطہ آ پر متقابل  
 سمتوں سے ملکر متصل زاوے دو قائموں کے برابر پیدا کرتے  
 ہیں اس لئے ج ا اور آ غ سیدہ میں ہیں (م اش ۱۲)  
 اسی دلیل سے ب ا اور آ ک بھی سیدہ میں ہیں  
 اور چونکہ زاویوں د ب ج اور ف ب ا میں سے ہر ایک قائمہ ہے  
 اس لئے دو نو باہم برابر ہیں  
 ان مساویوں پر زاویہ اب ج زیادہ کرو  
 اس لئے پورا زاویہ د ب ا پورے زاوے ف ب ج کے برابر

ہے (علم ۲)  
 اور چونکہ دو قطعے اب اور ب د دو ضلعوں ف ب ا اور ب ج کے  
 انہی اپنی نظیر کے برابر ہیں  
 اور دہر معانی زاویہ اب د درمیانی زاوے ف ب ج کے برابر  
 ہے  
 اس سے قاعدہ آ د قاعدہ ف ب ج کے برابر ہوگا (م اش ۴)  
 اور مثلث اب د مثلث ف ب ج کے

لیکن سطح متوازی الاضلاع  $ب ا ل$  مثلث  $ا ب د$  سے دو چند ہے

(م اش ۴۱)

کیونکہ وہ دونوں ایک ہی قاعدہ  $ب د$  پر ایک ہی متوازی خطوں  
 $ب ا د$  اور  $ا ل$  کے درمیان واقع ہیں

۲ اور مربع  $ب ا ج$  مثلث  $ب ا ج$  سے دو چند ہے

کیونکہ یہ دونوں بھی ایک ہی قاعدہ  $ب ا$  پر ایک ہی متوازی  
 خطوں  $ب ا$  اور  $ج ل$  کے درمیان واقع ہیں

لیکن جو چیزیں ایک ہی چیز سے دو چند ہوں وہ آپس میں  
 برابر ہوتی ہیں (علم ۶)

اس لئے متوازی الاضلاع  $ب ا ل$  مربع  $ب ا ج$  کے برابر ہے  
 اسی طرح اسی اور  $ب ا ج$  کے طائے سے ثابت ہو سکتا ہے کہ

متوازی الاضلاع  $ج ل$  مربع  $ا ج$  کے برابر ہے  
 اس لئے پورا مربع  $ب ا ج$  دو مربعوں  $ب ا ج$  اور  $ا ج ل$  کے

برابر ہوا

اور  $ب ا ج$  خط مستقیم  $ب ا ج$  کا مربع ہے

اور  $ب ا ج$  اور  $ا ج ل$  کے مربع ہیں  
 اس لئے ضلع  $ب ا ج$  کا مربع ضلعوں  $ا ب$  اور  $ا ج$  کے مربعوں کے

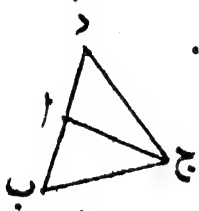
برابر ہوا

پس مثلث قائم الزاویہ میں..... الخ

اور یہی مقصود تھا

## اڑتالیسویں شکل - مسئلہ

اگر مثلث کے ایک ضلع کا مربع باقی دو ضلعوں کے مربعوں کے برابر ہو تو ان دو ضلعوں کا درمیانی زاویہ قائمہ ہوگا۔  
فرض کرو مثلث  $\triangle ABC$  کے ایک ضلع  $BC$  کا مربع باقی دو ضلعوں  $AB$  اور  $AC$  کے مربعوں کے برابر ہے تو زاویہ  $BAC$  قائمہ ہوگا



نقطہ  $D$  سے  $AD$  آج پر قائمہ بناتا ہوا کھینچو (م اش ۱۱)  
آد  $AB$  کے برابر بناؤ (م اش ۲)  
اور  $BC$  کو ملاؤ

تو چونکہ  $AD$   $AB$  کے برابر ہے اس لئے  $AD$  کا مربع  $AB$  کے مربع کے برابر ہے ان مساویوں پر آج کا مربع زیادہ کرو تو  $AD$  اور  $AC$  کے مربع  $AB$  اور  $AC$  کے مربعوں کے برابر ہوں گے۔

لیکن  $AD$  اور  $AC$  کے مربع  $BC$  کے مربع کے برابر ہیں (م اش ۴)  
کیونکہ  $AD$   $AC$  کے مربع  $BC$  کے مربع کے برابر ہے اور  $BC$  کا مربع  $AB$  اور  $AC$  کے مربعوں کے برابر

ہے (فرضاً)  
 اس لئے  $\overline{دج}$  کا مربع  $\overline{بج}$  کے مربع کے برابر ہے  
 اور اس لئے  $\overline{ضلع دج}$   $\overline{ضلع بج}$  کے برابر ہے  
 اور چونکہ  $\overline{ضلع اد}$   $\overline{ضلع اب}$  کے برابر ہے  
 اور  $\overline{اج}$  دو مثلثوں  $\overline{داج}$  اور  $\overline{باج}$  میں مشترک ہے  
 تو دو  $\overline{ضلع دا}$  اور  $\overline{ضلع اب}$  دو  $\overline{ضلعوں با}$  اور  $\overline{اج}$  کے اپنی اپنی  
 نظر سے برابر ہیں  
 اور قاعدہ  $\overline{دج}$  قاعدہ  $\overline{بج}$  کے برابر ثابت ہو چکا ہے  
 اس لئے زاویہ  $\overline{داج}$  زاویہ  $\overline{باج}$  کے برابر ہے (م ۸ ش ۸)  
 لیکن  $\overline{داج}$  قائمہ ہے  
 اس لئے  $\overline{باج}$  بھی قائمہ ہوا (علم ۱۱)  
 پس اگر مثلث کے ایک  $\overline{ضلع کا مربع}$  ..... الخ  
 اور یہی مقصود تھا۔

## نئی شکلیں

- جو پہلے مقالے سے متعلق ہیں
- ۱ ایک ایسا مثلث متساوی الساقین بناؤ جس کی ہر ایک  
 ساق قاعدے سے دو جہت ہو۔
  - ۲ اگر پانچویں شکل میں خط منقسم  $\overline{بج}$  اور  $\overline{جق}$  نقطہ کا  
 پر تقاطع کریں اور آگے ملایا جائے تو یہ خط زاویہ  $\overline{باج}$   
 کی تہذیف کرے گا۔
  - ۳ مثلث قائمہ الزاویہ کا ایک  $\overline{ضلع}$  اور دوسرے  $\overline{ضلع}$  اور

۴ وتر قائمے کا مجموعہ معلوم ہے مثلث بناؤ۔  
 خط مستقیم جو مثلث کے راس کے زاوے کی تقصیف کرتا ہے  
 اگر قاعدے کی بھی تقصیف کرے۔ تو وہ مثلث متساوی الساقین

۵ ہے۔  
 خط مستقیم مفروض کی تثلیث کرو۔

۶ ثابت کرو کہ تین خط مستقیم جو مثلث کے زاویوں کی  
 تقصیف کرتے ہیں۔ ایک ہی نقطے پر ملنے لگے۔

۷ تین خط مستقیم ایک نقطے پر ملتے ہیں۔ ایک خط ان تینوں  
 سے تقاطع کرتا ہو یا ایسا کھینچو کہ پہلے اور دوسرے کے  
 درمیان جو حصہ واقع ہو۔ وہ اس حصے کے برابر ہو جائے۔

دوسرے اور تیسرے کے درمیان واقع ہو۔  
 ۸ اگر اب اور دج دو متساوی متوازی خط مستقیم ہوں تو

ثابت کرو کہ آج اور ج د جو ان کے مقابل کی حدوں  
 میں ملانے لگے ہیں۔ نقطہ تقاطع پر نصف ہو جائیں گے اور  
 متساوی کہ کس صورت میں یہ دو نو خط برابر ہوں گے۔

۹ نقطہ مفروضہ سے ایسا خط مستقیم کھینچو جو دو مفروض مستقیم  
 خطوط سے برابر زاوے پیدا کرے۔

۱۰ اگر ایک مثلث متساوی الساقین اور سطح قائم الزوایا دو  
 باہم برابر نہوں اور ان کے ارتفاع بھی مساوی ہوں  
 ثابت کرو۔ کہ مثلث کے ضلعوں کا مجموعہ سطح کے ضلعوں  
 کے مجموعہ سے بڑا ہو گا۔

۱۱ مثلث قائم الزاویہ اب ج کے وتر قائمہ اب میں ایک ایسا

- نقطہ دریافت کرو۔ کہ ذب اس عمود کے برابر ہو جو نقطہ  
 دے آج پر ڈالا جاوے۔
- ۱۲ اگر چار خط مستقیم ایک ہی نقطے پر مخالف سمتوں سے اس  
 طرح ملیں کہ مقابل کے زاوے باہم برابر ہوں۔ تو ان  
 خطوں میں سے مقابل کے دو دو باہم سیدھے میں ہونگے  
 ۱۳ ایک نقطہ مفروضہ سے جو ایک مثلث مفروض کے کسی  
 ضلع پر ہو۔ ایسا خط مستقیم کھینچو جو اس مثلث کی تنصیف  
 کر دے۔
- ۱۴ اگر کسی مثلث کے دو خاصے زاوے دو خطوں سے تنصیف  
 کئے جائیں اور یہ دو خط بڑھائے جائیں اور ان کے نقطہ  
 تقاطع اور اس مثلث میں ایک خط ملایا جائے۔ تو اس  
 خط سے زاویہ راس کی تنصیف ہو جائیگی۔
- ۱۵ ایک زاویہ اور اس کے مقابل کا ضلع اور باقی ضلعوں  
 کا مجموعہ معلوم ہے۔ مثلث بناؤ۔
- ۱۶ خط مستقیم جو کسی مثلث کے دو ضلعوں کی تنصیف کرتا ہو  
 تیسرے ضلع کے نصف کے برابر ہوتا ہے۔
- ۱۷ سطح متوازی الاضلاع مفروض کے برابر ایک معین بناؤ۔
- ۱۸ مثلث کے زاوے کی کیا مقدار ہوتی ہے۔
- ۱۹ اگر ایک ہی قاعدے پر ایک ہی سمت میں کسی ذب مثلث  
 واقع ہوں۔ تو ان کے راسوں میں جو خط ملایا جائیگا وہ  
 خط مستقیم اور قاعدے کے متوازی ہوگا۔
- ۲۰ اگر ایک مثلث میں کسی زاوے سے اس کے مقابل کے

۲۰ پر عمود ڈالیں۔ تو باقی دو ضلعوں کے مربعوں کا حاصل تین  
ان دو نو مربعوں کے حاصل تفریق کے برابر ہو گا جن کا  
ایک ایک ضلعی قاعدے کے دو نو زاویوں سے موقع  
عمود تک لیا جائے گا۔

۲۱ ایک ایسا مربع بناؤ جو دو مفروض مربعوں کی حاصل  
تفریق کے برابر ہو گا۔

۲۲ اگر مثلث متساوی الاضلاع کے تینوں ضلعوں کو تنصیف کر کے  
نقاط تنصیف میں خط وصل کریں۔ تو جو مثلث ان خطوں  
سے پیدا ہو گا۔ وہ بھی متساوی الاضلاع ہو گا اور مثلث  
مفروض کا چوتھائی ہو گا۔

۲۳ ایک خط مفروض میں ایسا نقطہ دریافت کرو کہ اگر دو مفروض  
خطوں سے اس نقطے میں خط ملائیں۔ تو یہ خط خط مفروض  
سے برابر زاوے پیدا کریں گا۔

۲۴ اگر ایک سطح متوازی الاضلاع ا ب ج د کے قطب د میں  
نقطہ ہ فرض کر کے ا ہ اور ج ہ ملائیں۔ تو ثابت کرو  
کہ مثلث د ہ ب اور ج ہ ب برابر ہوں گے۔  
۲۵ مثلث کے تینوں ضلعوں کے مقام تنصیف معلوم ہیں  
بناؤ۔

۲۶ دو غلط ا ب اور ج د نقطہ ہ پر تقاطع کر کے دو مثلث ا ہ ج  
اور د ہ ب برابر بناتے ہیں۔ تو ثابت کرو کہ ا د اور ب ج  
باہم متوازی ہیں۔

۲۷ زاویہ قائمہ کی تثلیث کرو۔

۲۸ اگر مثلث متساوی الساقین کے قاعدے کے زاویوں سے دو متساوی ساقوں پر دو عمود کھینچ جائیں۔ تو قاعدے اور عمود کے درمیان کا ہر ایک زاویہ راس کے زاویے سے نصف ہوگا۔

۲۹ اگر کسی نقطہ مفروضہ سے ایک سطح قائم الزوایا ا ب ج د کے چاروں زاویوں میں خط ا ا اور د د اور ا ج اور د ب وصل کریں۔ تو ثابت کرو کہ ا ا اور د د کے مربعوں کا مجموعہ ا ا اور د د کے مربعوں کے مجموعے کے برابر ہوگا۔

۳۰ ایک ایسا مثلث متساوی الساقین بناؤ جس کے راس کا زاویہ قاعدے کے ہر ایک زاویے سے چوگنا ہو۔







ک - تے

۵۱۳

آخری درج شدہ تارِ مخ پر یہ کتاب مستعار  
لی گئی تھی مقررہ مدت سے زیادہ رکھنے کی  
صورت میں ایک آنہ یومیہ دیرا نہ لیا جائے گا۔

---





